



Classification of Mathematical Problems Based on Their Relationship to the Real World: Introducing a Six-Level Continuum

Abolfazl Rafiepour¹

¹ Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran. and Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran. **(Corresponding Author)** Rafiepour@uk.ac.ir

ABSTRACT

Recently, special attention has been paid to contextualized mathematical problems within the country's educational system, as evidenced by their presence in various forms of assessment. Contextualized mathematical problems are those situated in real-world contexts—a concept with a long-standing history in mathematics education research. Throughout history, most mathematics textbooks have included word problems, which are closely related to contextualized problems. The primary aim of this editorial is to present a theoretical "continuum model" that categorizes mathematical problems based on their relationship with the real world. In this continuum, problems range from pure mathematics to word problems, interpretive word problems, PISA-style problems, modeling problems, and finally, authentic modeling problems. The position of each level is determined by five theoretical dimensions: the role of the real world, the degree of mathematization, the need for making assumptions, the interpretation and validation of the solution, and the problem solver's decision-making autonomy. A brief definition and a sample problem are provided for each level to illustrate the continuum's practical application. This concise overview serves to quickly familiarize teachers, researchers, and curriculum designers with the framework's underlying logic and the distinctions between its levels. It is worth noting that the contextualized problems currently introduced in the national education system largely fall into the category of standard word problems, whereas there is a need to shift toward greater real-world connection (i.e., authentic modeling problems).



Keywords:

Mathematical problems,
Real world,
Word problems,
PISA study,
Mathematical modeling,
Continuum model.

Cite this article: Rafiepour, A. (2026). Classification of Mathematical Problems Based on Their Relationship to the Real World: Introducing a Six-Level Continuum. *Research in Mathematics Education*, 6 (3), p. 1- 11.
<https://doi.org/10.48310/rme.2026.24484.1175>

ISSN (Online): 2783-4379

Received: 2026/09/22

Accepted: 2026/10/01

Type of article: Editor's Note

Publisher: Farhangian University

©2026/authors retain the copyright and full publishing rights





پژوهش در آموزش ریاضی

<https://rme.cfu.ac.ir>



طبقه‌بندی مسائل ریاضی بر اساس نسبت آن‌ها با دنیای واقعی: معرفی یک پیوستار شش‌سطحی

ابوالفضل رفیع‌پور^۱

^۱ دانشیار بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران و رئیس گروه پژوهشی آموزش ریاضی، پژوهشکده ریاضی ماهانی، پژوهشگاه فضلی‌پور (نویسنده مسئول) Rafiepour@uk.ac.ir

چکیده

اخیرا به مسایل بافت‌دار ریاضی در نظام آموزشی کشور توجه ویژه‌ای شده است. به گونه‌ای که در انواع ارزشیابی‌ها، رد پای مسایل بافت‌دار ریاضی دیده می‌شود. منظور از مسایل بافت‌دار ریاضی، مسایلی است که در زمینه دنیای واقعی مطرح شده‌اند، که البته چیز جدیدی نیست و سابقه‌ای طولانی در ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی دارد. در اکثر کتاب‌های درسی ریاضی در طول تاریخ، مثال‌هایی از مسایل کلامی وجود دارد که ارتباط نزدیکی با مسایل بافت‌دار ریاضی دارند. هدف اصلی سرمقاله حاضر ارایه یک مدل نظری تحت عنوان مدل پیوستار است که در آن انواع مسایل ریاضی در نسبت‌شان با دنیای واقعی دسته‌بندی می‌شوند. در این مدل پیوستار، مسائل ریاضی از ریاضی محض آغاز می‌شوند و به ترتیب به مسائل کلامی، مسائل کلامی تفسیری، مسائل شبیه به مطالعه پیزا، مسائل مدل‌سازی و سرانجام مسائل مدل‌سازی اصیل می‌رسند. جایگاه هر سطح بر اساس پنج بعد نظری تعیین می‌شود: نقش دنیای واقعی، میزان ریاضی‌سازی، نیاز به فرض‌سازی، تفسیر و اعتبارسنجی پاسخ، و اختیار مسئله حل‌کن در تصمیم‌گیری. برای هر سطح، تعریفی مختصر همراه با یک نمونه مسئله واقعی ارائه شده تا کاربرد عملی پیوستار روشن شود. این معرفی فشرده می‌تواند برای آشنایی سریع معلمان، پژوهشگران و طراحان برنامه درسی با منطق کلی چارچوب و تفاوت میان سطوح آن مفید باشد. لازم به ذکر است که مسایل بافت دار معرفی شده در نظام آموزشی کشور عمدتاً در سطح مسایل کلامی قرار دارند، در حالی که لازم است به سمت ارتباط بیشتر با دنیای واقعی (مسایل مدل‌سازی اصیل) حرکت کنند.



واژه‌های کلیدی

مسایل ریاضی،
دنیای واقعی،
مسائل کلامی،
مطالعه پیزا،
مدل‌سازی ریاضی،
مدل پیوستار.

استناد به این مقاله: رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۴۰۵). طبقه‌بندی مسائل ریاضی بر اساس نسبت آن‌ها با دنیای واقعی: معرفی یک پیوستار شش‌سطحی، پژوهش در آموزش ریاضی، ۶ (۳)، ص ۱۱-۱. <https://doi.org/10.48310/rme.2026.24484.1175>

شاپا الکترونیکی: ۴۳۷۹-۲۷۸۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۷/۰۹

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۶/۳۱

ناشر: دانشگاه فرهنگیان

نوع مقاله: سخن سردبیر

© ۱۴۰۵ / نویسندگان دارنده حق مؤلف مقاله خود بدون محدودیت هستند.



۱. مقدمه

توانمندسازی دانش‌آموزان برای به‌کارگیری دانش ریاضی در موقعیت‌های واقعی زندگی، یکی از مهم‌ترین اهداف آموزش ریاضی در دهه‌های اخیر بوده است (رفیع‌پور، ۱۳۹۳؛ رفیع‌پور، ۱۳۹۴). بسیاری از اسناد بین‌المللی آموزش ریاضی، توسعه سواد ریاضی را یکی از اهداف بنیادین آموزش معرفی کرده و بر توانایی دانش‌آموزان در استفاده از ریاضیات برای حل مسائل واقعی تأکید کرده‌اند (سازمان توسعه و همکاری اقتصادی^۱، ۲۰۲۳). بلوم^۲ و همکاران (۲۰۰۷) نیز معتقدند تقریباً تمامی مسائل آموزش ریاضی به‌گونه‌ای تحت تأثیر رابطه میان ریاضیات و دنیای واقعی قرار دارند. با این حال، بررسی ادبیات نشان می‌دهد اجماع روشنی درباره طبقه‌بندی مسائل مبتنی بر دنیای واقعی وجود ندارد. اصطلاحاتی مانند مسائل کلامی، مسائل کلامی تفسیری، تکالیف مبتنی بر واقعیت و مدل‌سازی اصیل، اگرچه هر یک بر جنبه‌ای خاص از رابطه ریاضیات و واقعیت تأکید دارند، اغلب بدون مرزبندی روشن و در کنار یکدیگر به کار می‌روند (نیس، ۱۹۹۶؛ ورشافل^۳ و همکاران، ۲۰۲۰؛ نیبل^۴ و همکاران، ۲۰۲۵؛ اشلوتر و بسر^۵، ۲۰۲۴). این ابهام به‌ویژه در تمایز میان مسائل شبیه به مطالعه پیزا^۶، مسائل مدل‌سازی و مدل‌سازی اصیل محسوس‌تر است و مقایسه نظام‌مند انواع مختلف مسائل را برای معلمان، پژوهشگران و طراحان برنامه درسی دشوار می‌سازد.

این ابهام تنها یک موضوع نظری نیست؛ وقتی معلمی نمی‌داند مسئله‌ای که در کتاب درسی می‌بیند در کدام سطح از پیوستار (در رابطه بین ریاضیات و دنیای واقعی) قرار می‌گیرد، طراحی، اجرا و ارزشیابی آن فعالیت نیز دچار ابهام می‌شود (عبدالله‌پور و رفیع‌پور، ۱۳۹۶). به همین دلیل، داشتن معیاری روشن برای تشخیص جایگاه هر مسئله، پیش‌نیاز هر گونه تلاش برای بهبود کیفیت فعالیت‌های ریاضی مبتنی بر دنیای واقعی در کلاس درس است. هدف اصلی نوشتار حاضر آرایه یک مدل نظری پیوستار برای طبقه‌بندی مسایل ریاضی بر اساس نسبت آنها با دنیای واقعی است.

۲. مبانی پیوستار پیشنهادی

پیوستار پیشنهادی بر این فرض استوار است که انواع مختلف مسائل ریاضی را نمی‌توان مجموعه‌ای از طبقات مستقل در نظر گرفت؛ این مسائل بر روی یک طیف پیوسته قرار می‌گیرند که در آن، مرز میان گونه‌های مختلف مطلق نیست. آنچه گونه‌های مختلف مسائل را از یکدیگر متمایز می‌کند، صرف حضور یک زمینه واقعی نیست، بلکه نقش و کارکرد آن زمینه در فرایند حل مسئله است (ورشافل و همکاران، ۲۰۲۰؛ پالم^۷، ۲۰۰۶). جایگاه هر مسئله بر روی پیوستار بر اساس پنج بعد نظری تعیین می‌شود که مستقل از یکدیگر عمل نمی‌کنند، بلکه در تعامل با هم جایگاه هر سطح را شکل می‌دهند:

- **نقش زمینه واقعی:** زمینه واقعی تا چه اندازه در فرایند حل مسئله دخیل است؛ آیا صرفاً بستری برای بیان مسئله است یا بخشی جدایی‌ناپذیر از تحلیل و پاسخ‌گویی به آن.
- **میزان ریاضی وارسازی:** موقعیت واقعی تا چه حد باید به ساختارهای ریاضی (متغیر، رابطه، مدل) تبدیل شود، یا این تبدیل از پیش توسط طراح مسئله انجام شده است.
- **نیاز به فرضیه سازی و ساده‌سازی:** مسئله حل‌کن تا چه اندازه باید، در نبود اطلاعات کامل، فرض‌های منطقی خود را برای تحلیل موقعیت بسازد و موقعیت را ساده کند.
- **تفسیر و اعتبارسنجی پاسخ:** پاسخ نهایی صرفاً یک عدد است یا باید در زمینه واقعی تفسیر شود، معقول بودن آن بررسی گردد و در صورت لزوم مدل اصلاح شود.

¹ Organization for Economic Co-operation and Development

² Blum

³ Verschaffel

⁴ Knabbe

⁵ Schlüter & Besser

⁶ Program for International Students Assessment (PISA)

⁷ Palm

● **اختیار مسئله حل‌کن در تصمیم‌گیری:** مسیر حل از پیش به‌طور کامل تعیین شده است یا بخش مهمی از انتخاب داده‌ها، مدل و روش حل بر عهده خود مسئله حل‌کن است.

اهمیت این نگاه چندبعدی در آن است که از یک اشتباه رایج جلوگیری می‌کند؛ این تصور که صرف وجود یک داستان یا زمینه روزمره در متن مسئله، آن را «واقعی» یا «مدل‌سازی‌محور» می‌سازد. دو مسئله می‌توانند هر دو یک زمینه واقعی داشته باشند، اما اگر در یکی، حل‌کننده صرفاً عددها را از متن استخراج کند و در دیگری ناچار باشد فرض بسازد، داده گردآوری کند و پاسخ را در پرتو واقعیت اعتبارسنجی کند، این دو مسئله در دو سطح کاملاً متفاوت از پیوستار قرار می‌گیرند. جدول ۱ وضعیت این پنج بعد را در هر یک از شش سطح پیوستار به‌صورت تطبیقی نشان می‌دهد.

جدول ۱. ابعاد نظری پنج‌گانه در سطوح مختلف پیوستار پیشنهادی

نوع مسئله	نقش زمینه واقعی	تصمیم‌گیری	تفسیر	فرض‌سازی	ریاضی‌سازی
مسئله ریاضی محض	بسیار کم	بسیار کم	ندارد	ندارد	بسیار کم
مسئله کلامی	کم	کم	کم	ندارد	کم
مسئله کلامی تفسیری	متوسط	متوسط	متوسط	کم	متوسط
مسئله شبیه به مطالعه پیزا	نسبتاً زیاد	زیاد	زیاد	متوسط	زیاد
مسئله مدل‌سازی	زیاد	زیاد	زیاد	زیاد	زیاد
مسئله مدل‌سازی اصیل	بسیار زیاد	بسیار زیاد	بسیار زیاد	بسیار زیاد	بسیار زیاد

همانطور که در جدول ۱ نشان داده شده است، حرکت از سطر اول به سطر آخر جدول، افزایشی هم‌زمان و نه لزوماً برابر در هر پنج ستون را نشان می‌دهد؛ برای نمونه، در مسائل شبیه به مطالعه پیزا، نقش زمینه واقعی و نیاز به تفسیر «زیاد» است، اما فرضیه‌سازی همچنان «متوسط» باقی می‌ماند، زیرا داده‌های اصلی از پیش در اختیار مسئله حل‌کن قرار می‌گیرد.

۳. مدل پیوستار پیشنهادی

بر اساس این ابعاد، پژوهش حاضر شش سطح را در امتداد یک پیوستار واحد سازمان‌دهی می‌کند: مسائل ریاضی محض، مسائل کلامی، مسائل کلامی تفسیری، مسائل شبیه به مطالعه پیزا، مسائل مدل‌سازی و مسائل مدل‌سازی اصیل. با حرکت در طول پیوستار، نقش دنیای واقعی، میزان ریاضی‌سازی، نیاز به فرض‌سازی، تفسیر نتایج و اختیار مسئله حل‌کن به‌تدریج افزایش می‌یابد. شکل ۱ این پیوستار را نشان می‌دهد و بخش بعد، هر سطح را همراه با یک نمونه مسئله معرفی می‌کند.



توجه: مرز بین سطوح قطعی نیست و بسیاری از مسائل می‌توانند ویژگی‌های بیش از یک سطح را به‌طور هم‌زمان داشته باشند.

شکل ۱. پیوستار پیشنهادی برای طبقه‌بندی مسائل ریاضی

پیش از معرفی سطوح، یادآوری این نکته ضروری است که مرز میان آن‌ها قطعی و نفوذناپذیر نیست؛ برخی مسائل می‌توانند ویژگی‌های بیش از یک سطح را هم‌زمان داشته باشند یا در مرز میان دو سطح مجاور قرار گیرند. به همین دلیل، برای هر سطح، یک نمونه مسئله واقعی همراه با تحلیلی کوتاه بر پایه پنج بعد نظری ارائه شده است تا منطق قرارگیری آن در پیوستار، به‌جای اتکا به عنوان یا ظاهر مسئله، بر اساس ویژگی‌های واقعی آن روشن شود.

۳-۱. مسائل ریاضی محض

مسائل ریاضی محض در فضای کاملاً ریاضی تعریف می‌شوند و حل آن‌ها مستلزم استدلال ریاضی، دست‌کاری نمادها یا اجرای الگوریتم است، بدون آنکه هیچ زمینه واقعی در کار باشد. این دسته نقطه آغاز پیوستار را تشکیل می‌دهد: نقش زمینه واقعی، ریاضی‌سازی، فرض‌سازی و اختیار مسئله حل‌کن، همگی در پایین‌ترین سطح خود قرار دارند. با این حال، این مسائل نقش اساسی در شکل‌گیری مفاهیم بنیادی و تسلط بر زبان ریاضی دارند. با این حال، جایگاه این مسائل در ابتدای پیوستار به معنای بی‌ارزش بودن آن‌ها نیست؛ بسیاری از مهارت‌های پایه، پیش‌نیاز حل موفق مسائل سطوح بالاتر پیوستارند.

مثال: مسئله ریاضی

صورت مسئله:

معادله زیر را حل کنید و مقدار x را به دست آورید.

$$2x + 5 = 17$$

$$2x + 5 = 17$$

$$2x = 17 - 5$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

پاسخ:

$x = 6$



شکل ۲. نمونه‌ای از یک مسئله ریاضی محض

مسئله شکل ۲ به‌طور کامل در فضای نمادین ریاضیات تعریف شده و هیچ زمینه واقعی برای صورت‌بندی آن وجود ندارد؛ حل‌کننده بدون نیاز به تفسیر یا فرض‌سازی، تنها با اجرای قواعد جبری به پاسخ می‌رسد. داده‌ها، روش حل و هدف مسئله از پیش کاملاً مشخص‌اند. این ویژگی‌ها آن را در پایین‌ترین نقطه هر پنج بعد نظری پیوستار قرار می‌دهد.

۳-۲. مسائل کلامی

مسائل کلامی یک موقعیت ساده از زندگی روزمره را در قالب متنی کوتاه بیان می‌کنند و از دانش‌آموز می‌خواهند با یک یا چند عمل ریاضی، پاسخ را به دست آورد (رفیع‌پور و همکاران، ۲۰۲۵). در بیشتر موارد، زمینه واقعی تنها بستری برای بیان مسئله است و حل‌کننده بدون تحلیل واقعی موقعیت، صرفاً با استخراج اعداد و اجرای روش مناسب به پاسخ می‌رسد (ورشافل و همکاران، ۲۰۰۰؛ ورشافل و همکاران، ۲۰۲۰). از این رو، این مسائل پلی میان مسائل ریاضی محض و مسائل واقع‌محورترند، اما نمونه‌ای از مدل‌سازی نیستند (رفیع‌پور، ۱۳۹۳). از دیدگاه آموزشی، این مسائل نخستین گام در آشنا کردن دانش‌آموز با ترجمه متن به زبان ریاضی‌اند، هرچند به‌تنهایی برای پرورش توانایی مدل‌سازی کافی نیستند.



۲-۴ کیلو جای را در بسته‌های $\frac{2}{5}$ کیلوگرمی بسته‌بندی کرده‌ایم. تعداد بسته‌ها چند تا است؟

شکل ۳. نمونه مسئله کلامی (کتاب ریاضی پایه ششم دبستان، ص ۳۵، تمرین ۲)

مسئله شکل ۳ از موقعیتی آشنا استفاده می‌کند، اما این موقعیت صرفاً زمینه‌ای برای یک تمرین ریاضی است؛ تمامی اطلاعات لازم در متن ارائه شده و حل‌کننده تنها با استخراج داده‌ها و اجرای یک روش شناخته‌شده به پاسخ می‌رسد، بدون اینکه نیازی به تفسیر یا فرض‌سازی مسئله باشد. از این‌رو، نقش زمینه واقعی در این مسئله نسبت به مسائل ریاضی محض اندکی افزایش یافته، اما ریاضی‌سازی، فرض‌سازی و تفسیر همچنان در پایین‌ترین سطح خود باقی می‌مانند.

۳-۳. مسائل کلامی تفسیری

مسائل کلامی تفسیری^۱ در ظاهر شبیه مسائل کلامی‌اند، اما حل آن‌ها صرفاً با محاسبه ممکن نیست؛ حل‌کننده باید نتیجه محاسبات را با ویژگی‌های واقعی موقعیت تلفیق کند و در پرتو آن تفسیر نماید. پژوهش‌ها نشان می‌دهند بسیاری از دانش‌آموزان در چنین مسائلی صرفاً الگوریتم را اجرا می‌کنند و از تفسیر واقع‌بینانه پاسخ غفلت می‌ورزند (ورشافل و همکاران، ۲۰۲۰؛ لیپتاک^۲، ۲۰۲۵). تفاوت اصلی این سطح با مسائل کلامی در همین نکته نهفته است به طوریکه زمینه واقعی دیگر تنها یک روایت نیست، بلکه بر درستی و کامل بودن پاسخ نهایی اثر مستقیم می‌گذارد.

مثال: مسئله کلامی تفسیری

مسئله کلامی تفسیری مربوط به لوله آب

روستای «تلخاب» در استان خوزستان در منطقه‌ای کوهستانی قرار دارد و متأسفانه این منطقه آب شرب لوله‌کشی ندارد. فاصله این روستا تا منابع آب ۳۶۰۰ متر است. اگر برای آبرسانی به این روستا از لوله‌های ۶ متری استفاده شود، چند قطعه از این لوله‌ها لازم است؟



شکل ۴. نمونه‌ای از یک مسئله کلامی تفسیری

¹ Interpretive Word Problems

² Liptak

مسئله شکل ۴ در ظاهر یک تقسیم ساده را می‌طلبد؛ تقسیم فاصله سه‌هزار و ششصدمتری روستا تا منبع آب بر طول شش‌متری هر لوله. اما پاسخ درست به این نکته وابسته است که در منطقه‌ای کوهستانی، فاصله نقشه‌ای، معیار دقیقی برای طول واقعی لوله‌کشی نیست؛ ناهمواری زمین و نیاز به اتصالات اضافه می‌توانند طول واقعی را از حاصل تقسیم ساده فراتر ببرند. حل‌کننده باید نتیجه محاسبه را با این واقعیت تطبیق دهد.

۳-۴. مسائل شبیه به مطالعه پیزا

مسائل شبیه به مطالعه پیزا با الهام از چارچوب سواد ریاضی پیزا طراحی می‌شوند و زمینه واقعی در آن‌ها بخش جدایی‌ناپذیر مسئله است؛ حل‌کننده باید اطلاعات متنی، جدولی یا تصویری را تحلیل و راهبردی برای پاسخ اتخاذ کند (سازمان توسعه و همکاری اقتصادی، ۲۰۲۳). با این حال، برخلاف مسائل مدل‌سازی، ساختار کلی مسئله و داده‌های اصلی از پیش توسط طراح مشخص شده و دانش‌آموز نیازی به ساخت مدلی تازه ندارد. این مسائل غالباً دارای بازنمایی‌های چندگانه‌اند (متن، جدول، نمودار یا نقشه) و دانش‌آموز را به تحلیل و استدلال کمی وامی‌دارند، بدون آنکه لزوماً از او بخواهند مدلی تازه بسازد.

مثال: مسئله شبیه PISA

طراحی زمین بازی مدرسه

- مدرسه قصد دارد زمین بازی جدیدی احداث کند.
- فضای در اختیار مدرسه ۲۰ متر × ۱۵ متر است.
- در اطراف زمین باید مسیر عبور دانش‌آموزان به عرض ۱ متر نیز در نظر گرفته شود.
- طبق استاندارد مدرسه، مساحت زمین بازی نباید کمتر از ۱۵۰ متر مربع باشد.

آیا فضای موجود برای اجرای این طرح مناسب است؟
پاسخ خود را توضیح دهید.

راهنمای شکل

زمین بازی (بخش داخلی)

مسیر عبور دانش‌آموزان (به عرض ۱ متر)

نکته: زمین بازی باید مستطیلی باشد که در داخل فضای موجود و با رعایت مسیر عبور ۱ متری در اطراف آن قرار گیرد.

محدودیت‌ها

✓ ابعاد فضای در اختیار مدرسه: ۲۰ متر × ۱۵ متر

✓ عرض مسیر عبور دانش‌آموزان در اطراف زمین: ۱ متر

استاندارد مدرسه:

مساحت زمین بازی نباید کمتر از ۱۵۰ متر مربع باشد.

شکل ۵. نمونه‌ای از یک مسئله شبیه به مطالعه پیزا

مسئله شکل ۵ از حل‌کننده می‌خواهد بررسی کند آیا فضای موجود برای احداث یک زمین بازی مدرسه، با رعایت محدودیت‌های داده‌شده (ابعاد فضا، عرض مسیر عبور و حداقل مساحت استاندارد)، کافی است یا نه. پاسخ با یک محاسبه مستقیم به دست نمی‌آید؛ حل‌کننده باید اطلاعات را تحلیل و درباره امکان‌پذیری طرح قضاوت کند، هرچند چارچوب مسئله را طراح از پیش تعیین کرده است.

گذار از مسائل شبیه به مطالعه پیزا به مسائل مدل‌سازی، مهم‌ترین نقطه عطف پیوستار پیشنهادی است. تا پیش از این نقطه، اگرچه زمینه واقعی نقش فزاینده‌ای در فرایند حل ایفا می‌کند، ساختار ریاضی مسئله همچنان از پیش توسط طراح تعیین شده و حل‌کننده عمدتاً وظیفه دارد راهبرد یا مدل مناسب را از میان گزینه‌های موجود انتخاب و

اجرا کند. اما از سطح مسائل مدل‌سازی به بعد، بخشی از مسئولیت ساخت خودِ مدل بر عهده حل‌کننده قرار می‌گیرد؛ او باید تشخیص دهد کدام اطلاعات اهمیت دارند، چه فرض‌هایی برای ساده‌سازی موقعیت لازم است و چگونه می‌توان موقعیت واقعی را به زبان ریاضی بازنمایی کرد. به همین دلیل، این انتقال صرفاً افزایشی تدریجی در میزان واقعی بودن زمینه نیست، بلکه تغییری کیفی در نوع فعالیت شناختی و نقش حل‌کننده است.

۳-۵. مسائل مدل‌سازی

در مسائل مدل‌سازی، برخلاف مسائل شبیه به مطالعه پیزا، حل‌کننده باید خود موقعیت واقعی را تحلیل کند، اطلاعات ضروری را انتخاب نماید، فرض‌هایی برای ساده‌سازی بسازد، مدلی ریاضی طراحی و حل کند و سرانجام نتیجه را در همان زمینه تفسیر و اعتبارسنجی نماید (رفیع‌پور، ۱۴۰۳). تفاوت اصلی این سطح با سطح پیشین آن است که خود فرایند ساخت و اصلاح مدل، بخشی از مسئله است، نه صرفاً استفاده از مدلی آماده (بلوم و لیس^۱، ۲۰۰۷؛ کایزر^۲، ۲۰۱۷). به همین دلیل، ممکن است حل‌کنندگان مختلف با فرض‌های متفاوت، به مدل‌ها و پاسخ‌هایی متفاوت اما هر دو قابل دفاع برسند (عبدالله‌پور و رفیع‌پور، ۱۳۹۶)؛ ویژگی‌ای که در مسائل سطوح پیشین دیده نمی‌شود. از دیدگاه آموزشی، چنین مسائلی معمولاً پاسخ عددی واحدی ندارند و آنچه در ارزیابی اهمیت می‌یابد، معقول بودن فرض‌ها، انسجام مدل ساخته‌شده و کیفیت تفسیر نتیجه در پرتو موقعیت واقعی است و صرفاً درستی یک عدد نهایی ملاک نیست.

مسئله مدل‌سازی: روش رفت و آمد به مدرسه

شما هر روز برای رفت و آمد به مدرسه از یکی از روش‌های زیر استفاده می‌کنید. فرض کنید می‌خواهید مناسب‌ترین روش رفت و آمد را با توجه به هزینه و زمان انتخاب کنید.

ماشین شخصی

اتوبوس

مترو

پیاده‌روی

دوچرخه

هزینه کل شما برای رفت و برگشت به مدرسه در یک روز چقدر است؟

از چه طریقی هزینه کمتری برای این رفت و آمد پرداخت می‌شود؟

با توجه به مدت زمان لازم برای رسیدن به مدرسه یا خانه و هزینه پرداختی، کدام روش را انتخاب می‌نمایید؟ دلیل انتخاب خود را توضیح دهید.

در صورت نیاز، فرض‌های خود را به طور صریح بیان کنید و در محاسبات و برآوردهای خود از داده‌های واقعی محیط زندگی‌تان استفاده نمایید.

شکل ۶. نمونه‌ای از یک مسئله مدل‌سازی

در مسئله شکل ۶، هیچ مسیر یا مدل آماده‌ای ارائه نشده است. دانش‌آموز باید هزینه، زمان و امکانات هر روش رفت‌وآمد را خود برآورد کند، متغیرهای مناسب را تعریف نماید و گزینه‌ها را بر پایه معیارهای واقعی مقایسه کند؛ ممکن است گروه‌های مختلف، بسته به فرض‌ها و اولویت‌هایشان، به پاسخ‌های متفاوت اما قابل دفاعی برسند.

¹ Blum & Leiß

² Kaiser

۳-۶. مسائل مدل سازی اصیل

مسائل مدل سازی اصیل^۱ آخرین و پیشرفته ترین سطح پیوستار را تشکیل می دهند. در این سطح، صرف استفاده از زمینه واقعی کافی نیست؛ مسئله باید از یک نیاز یا چالش واقعی جامعه سرچشمه بگیرد، هدف آن از پیش به طور کامل مشخص نباشد، داده های لازم ممکن است ناقص باشند و حل کننده خود آن ها را گردآوری کند، و چندین مدل و پاسخ معتبر امکان پذیر باشد (رفیع پور، ۱۴۰۳؛ بروموفری، ۲۰۱۸؛ اشلوتر و بسر، ۲۰۲۴). چرخه مدل سازی در این سطح ممکن است چندین بار بازبینی و اصلاح شود. از این رو، تفاوت مدل سازی اصیل با مدل سازی معمول، تفاوتی کیفی است و صرفاً واقعی تر بودن زمینه مسئله مورد بحث نیست.



شکل ۷. نمونه ای از یک مسئله مدل سازی اصیل

در این مسئله هیچ پاسخ واحدی وجود ندارد. مسئله از یک چالش واقعی جامعه سرچشمه گرفته، داده های آن از پیش تعیین نشده اند، تصمیم گیری چندمعیاره است (هزینه، امکان پذیری، اثرات بلندمدت) و مدل ممکن است پس از هر بار اعتبارسنجی بازنگری شود. گروه های مختلف دانش آموزان می توانند با فرض ها و مدل های متفاوت، به راهکارهایی برسند که همگی از نظر منطقی قابل دفاع اند؛ ارزیابی نیز بر پایه کیفیت استدلال و اعتبار فرض ها انجام می شود و مسئله صرفاً یک پاسخ عددی ندارد.

۳-۷. کاربرد عملی مدل نظری پیوستار

فراتر از ارزش نظری، این مدل نظری پیوستار که در بالا معرفی شد، می تواند در سه زمینه برای ارتقا فرآیند یاددهی-یادگیری ریاضی کاربرد داشته باشد. **نخست، برای معلمان ریاضی:** آگاهی از این که یک مسئله در کدام سطح از پیوستار قرار می گیرد، به معلم کمک می کند فعالیتی متناسب با هدف درس انتخاب کند؛ برای تمرین یک الگوریتم

¹ Authentic Modelling

تازه‌آموخته، مسئله کلامی کافی است، اما برای پرورش توانایی تصمیم‌گیری، باید به سمت مسائل مدل‌سازی یا مدل‌سازی اصیل حرکت کرد. دوم، برای مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی: این پیوستار ابزاری برای بررسی توزیع گونه‌های مختلف مسئله در یک کتاب درسی فراهم می‌کند؛ کتابی که تقریباً همه مسائل آن در دو سطح نخست پیوستار متمرکز باشد، فرصت اندکی برای رشد مهارت مدل‌سازی دانش‌آموزان ایجاد می‌کند. سوم، برای برنامه‌ریزی درسی: پیوستار می‌تواند مبنایی برای طراحی توالی آموزشی باشد که دانش‌آموز را به تدریج، نه به یک‌باره، از مسائل ساده به سمت فعالیت‌های مدل‌سازی اصیل هدایت کند؛ زیرا انتظار مواجهه ناگهانی با مسائلی باز و بدون مسیر مشخص، بدون طی کردن سطوح میانی، می‌تواند برای بسیاری از دانش‌آموزان دلسردکننده باشد.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل نظری پیوستار شش‌سطحی برای طبقه‌بندی مسائل ریاضی بر اساس نسبت آن‌ها با دنیای واقعی معرفی شد (از مسائل ریاضی محض تا مسائل مدل‌سازی اصیل). نکته اساسی این پیوستار آن است که حرکت در طول آن صرفاً به معنای افزایش استفاده از زمینه واقعی نیست، بلکه با افزایش هم‌زمان میزان ریاضی‌سازی، فرضیه‌سازی، نیاز به تفسیر و اعتبارسنجی، و اختیار مسئله حل‌کن در تصمیم‌گیری نیز همراه است. تمایز میان مسائل شبیه به مطالعه پیزا و مسائل مدل‌سازی، و نیز میان مسائل مدل‌سازی و مدل‌سازی اصیل، از مهم‌ترین نکاتی است که این پیوستار روشن می‌سازد. در مسائل شبیه به مطالعه پیزا، ساختار مدل از پیش تعیین شده است، در حالی که در مسائل مدل‌سازی، خود ساختن مدل ریاضی، بخشی از فعالیت حل مسئله است. در مدل‌سازی اصیل، اصالت موقعیت، باز بودن مسئله و آزادی عمل مسئله حل‌کن به بیشترین حد خود می‌رسد. این مدل نظری پیوستار می‌تواند زبانی مشترک برای معلمان، پژوهشگران و طراحان برنامه درسی فراهم کند تا با دقت بیشتری درباره نوع مسائل ریاضی و جایگاه آن‌ها گفت‌وگو کنند. کاربرد عملی این نگاه آن است که پیش از قضاوت درباره «واقعی» یا «مدل‌سازی‌محور» بودن یک مسئله، باید هر پنج بعد را در کنار هم بررسی کرد؛ چراکه یک بعد به تنهایی، مانند صرف حضور یک داستان واقعی، هرگز معیار کافی برای تعیین جایگاه مسئله در این پیوستار نیست. در پایان لازم به ذکر است که مسایل بافت‌دار ریاضی، معرفی شده در نظام آموزشی کشور، که اخیراً خیلی مورد توجه قرار گرفته است، عمدتاً در سطح مسایل کلامی هستند و لازم است به سمت مسایلی که ارتباط نزدیکتری با دنیای واقعی دارند (مسایل مدل‌سازی اصیل)، حرکت نمایند.

منابع

- عبدالله پور، کاظم و رفیع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۶). پدیدارشناسی چرخه مدل‌سازی دانش‌آموزان پایه نهم در حل یک مسئله اصیل. فناوری آموزش. سال ۱۱. شماره ۳. صص ۲۳۷ تا ۲۴۸.
- رفیع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۴). ظرفیت‌های بالقوه و موانع استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در آموزش ریاضی دانشگاهی. دو فصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی. سال ششم، شماره دوازدهم. انجمن برنامه درسی ایران. صص: ۱۹۸ - ۱۷۳.
- رفیع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۳). مدل‌سازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی. سال دوم، شماره سوم. دانشگاه خوارزمی با همکاری انجمن برنامه درسی ایران. صص: ۹۳ - ۱۱۶.
- رفیع پور، الف. (۱۴۰۳). مدل‌سازی و کاربرد در آموزش ریاضی. انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان. کرمان - ایران.

References

- Rafiepour, A., Khazaie, Z., & Verschaffel, L. (2025). Pre-service teachers' perspective toward problematic word problems. *Journal on Mathematics Education*, 16(1), 255-274. <https://doi.org/10.22342/jme.v16i1.pp255-274>

- Liptak, J. (2025). The effect of word problem formulation on the realistic reactions of prospective primary school teachers. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 13(4), 466–479. <https://doi.org/10.30935/scimath/17514>
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers' deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling – in school and teacher education*. New York: Springer.
- Kaiser, G. (2017). The teaching and learning of mathematical modeling. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 267–291). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Knabbe, A., Leiss, D., & Ehmke, T. (2025). Reality-based tasks with complex-situations: Identifying sociodemographic and cognitive factors for solution. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 23, 97–120.
- Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education (Part 1)*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- OECD. (2023). *PISA 2022 assessment and analytical framework*. Paris: OECD Publishing.
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-life situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42–47.
- Schlüter, D., & Besser, M. (2024). Assessing authenticity in modelling test items: Deriving a theoretical model. *Frontiers in Education*, 9, Article 1343510.
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM Mathematics Education*, 52(1), 1–16.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. *Lisse, The Netherlands*, 224, 224.