



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Evaluating the Effectiveness of the Layer-by-Layer Teaching Method on Mathematics Learning: A Comparison with Other Active Teaching Methods

Azad Allahkarami ¹, Farhad Saidi ^{*2}¹ Assistant Professor, Department of educational sciences, Farhangian University, Tehran, Iran.² PhD Student in Higher Education, Faculty of Psychology and Educational Sciences, University of Tehran, Tehran, Iran.

ABSTRACT

Keywords

Layer-by-Layer Teaching Method
problem solving brainstorming
mathematics¹ Corresponding author
✉ azad.a.karami@gmail.com

Received: 2025/07/08

Reviewed: 2025/10/27

Accepted: 2025/12/13

Background and Objectives: Mathematics learning, as one of the challenging areas of education, requires the use of innovative and active teaching methods that can facilitate the process of understanding concepts and solving problems for students. In this regard, the Layer-by-Layer Teaching, as an innovative method, can have a significant impact on the learning process of students. This study aimed to evaluate the effect of the Layer-by-Layer Teaching Method compared to brainstorming and problem-solving methods on students' mathematics learning. **Methods:** This applied research used a quasi-experimental design with a pre-test-post-test approach and a control group. The study population consisted of male seventh-grade students in Sanandaj during the 2024-2025 academic year. The sample included four classes selected through convenience sampling. Students were divided into four groups: Layer-by-Layer Teaching Method, brainstorming, problem-solving, and traditional methods. The selection of classes for each teaching method was random. A researcher-made test was used to collect data, and the hypotheses were analyzed using SPSS and Analysis of Covariance (ANCOVA). **Findings:** The pre-test results showed that the average scores of the experimental and control groups were close, but in the post-test, despite the increase in scores across all groups, the average scores in the Layer-by-Layer Teaching Method group were higher than in the other groups. In other words, the Layer-by-Layer Teaching Method was more effective in improving students' academic performance in mathematics. **Conclusion:** The superiority of the Layer-by-Layer Teaching Method compared to other active teaching methods suggests that presenting content in a structured, step-by-step manner can enhance mathematics learning. This approach facilitates a deeper understanding of concepts and streamlines the information processing, providing a suitable environment for students' academic progress. Based on the findings of this study, it is recommended that teachers use the Layer-by-Layer Teaching Method alongside other active teaching strategies to improve the effectiveness of mathematics education.

ISSN (Online): 2783- 4379

DOI: [10.48310/rme.2025.20033.1114](https://doi.org/10.48310/rme.2025.20033.1114)

Citation (APA): Allahkarami, A. and Saidi, F. (2026). Evaluating the Effectiveness of the Layer-by-Layer Teaching Method on Mathematics Learning: A Comparison with Other Active Teaching Methods. *Research in Mathematics Education*, 6 (2), 49- 65 .

 <https://doi.org/10.48310/rme.2025.20033.1114>



ارزیابی تأثیر روش تدریس لایه به لایه بر یادگیری ریاضی: مقایسه با سایر روش‌های تدریس فعال

مقاله پژوهشی / مروری

آزاد الله کرمی^۱، فرهاد سعیدی^{۲*}

۱ / استادیار، گروه آموزش علوم تربیتی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.

۲ / دانشجوی دکتری آموزش عالی، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

چکیده

زمینه و اهداف: یادگیری ریاضی به عنوان یکی از حوزه‌های چالش‌برانگیز آموزش، نیازمند به کارگیری روش‌های تدریس نوآورانه و فعال است که بتواند فرایند درک مفاهیم و حل مسائل را برای دانش‌آموزان تسهیل کند. در این راستا، روش تدریس لایه به لایه به عنوان یک روش نوین، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر فرآیند یادگیری دانش‌آموزان داشته باشد. این پژوهش با هدف ارزیابی تأثیر روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش‌های تدریس بارش فکری و حل مسئله، بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان انجام شد. **روش‌ها:** این پژوهش بر اساس هدف، از نوع کاربردی و از نظر نحوه گردآوری داده‌ها از نوع نیمه‌آزمایشی با استفاده از طرح پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه کنترل بود. جامعه آماری پژوهش شامل دانش‌آموزان پسر مشغول به تحصیل پایه هفتم در شهر سنندج در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ بود. نمونه آماری پژوهش شامل چهار کلاس بود که از طریق روش نمونه‌گیری در دسترس انتخاب شدند. دانش‌آموزان در چهار گروه روش تدریس لایه به لایه، بارش فکری، حل مسئله و عادی مورد آزمایش قرار گرفتند. انتخاب هر کدام از کلاس‌ها برای روش‌های تدریس موردنظر به شکل تصادفی صورت گرفت. ابزار مورد استفاده جهت گردآوری داده‌ها آزمون محقق ساخته بود. جهت بررسی فرضیات پژوهش از نرم‌افزار آماری SPSS و آزمون آماری تحلیل کوواریانس استفاده شد. **یافته‌ها:** نتایج پژوهش در مرحله پیش‌آزمون نشان می‌دهد که میانگین در گروه آزمایش و گروه کنترل نزدیک به هم است، اما در مرحله پس‌آزمون، علی‌رغم افزایش نمرات همه گروه‌ها، میانگین نمرات حاصل از روش تدریس لایه به لایه از سایر گروه‌ها بیشتر است، به عبارتی در مقایسه با سایر روش‌ها، روش تدریس لایه به لایه در پیشرفت تحصیلی ریاضی از اثربخشی بیشتری برخوردار است. **نتیجه‌گیری:** برتری روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با سایر روش‌های تدریس فعال نشان می‌دهد که ارائه مطالب به صورت مرحله‌ای و ساختارمند می‌تواند یادگیری ریاضی را بهبود بخشد. این روش با ایجاد درک عمیق‌تر از مفاهیم و تسهیل فرآیند پردازش اطلاعات، زمینه مناسبی برای پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان فراهم می‌کند. با توجه به یافته‌های پژوهش، پیشنهاد می‌شود که معلمان برای افزایش اثربخشی آموزش ریاضی، از این شیوه تدریس در کنار سایر روش‌های فعال استفاده کنند.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه‌های کلیدی

روش تدریس لایه به لایه

حل مسئله

بارش فکری

آموزش ریاضی

۱. نویسنده مسئول

azad.a.karami@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۱۷

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۲۲

شماره صفحات: ۶۵ - ۴۹

DOI: [10.48310/rme.2025.20033.1114](https://doi.org/10.48310/rme.2025.20033.1114)

شابا الکترونیکی: ۴۳۷۹ - ۳۷۸۳

OPRIGHTS



©2026 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

یکی از چالش‌های اساسی در نظام‌های آموزشی مرسوم، مقاومت در برابر تغییر و به‌کارگیری روش‌های نوین و فعال تدریس است. این مسئله تنها بر کیفیت یادگیری تأثیر نمی‌گذارد، بلکه مانع از توسعه مهارت‌های ضروری برای تفکر انتقادی، یادگیری عمیق و خلاقیت در دانش‌آموزان می‌شود (دشتکی، ۱۳۹۸؛ Dogani, 2023). در شرایط کنونی، جوامع به شهروندانی نیاز دارند که از طریق فرایندهای یادگیری خلاقانه، توانایی تصمیم‌گیری‌های مؤثر و برنامه‌ریزی صحیح را کسب کنند. برای تحقق این هدف، نقش نظام‌های آموزشی پویا در پرورش این مهارت‌ها و توانمندی‌ها غیرقابل انکار است (Bracci, 2022). بنابراین، برای دستیابی به پیشرفت در ابعاد مختلف فرهنگی، اقتصادی، اجتماعی و سیاسی هر جامعه، اصلاح شیوه‌های تدریس و به‌کارگیری روش‌های نوین آموزشی یک ضرورت جدی است (Kivunja, 2015).

در سال‌های اخیر، پژوهشگران و متخصصان آموزشی به طور فزاینده‌ای به استراتژی‌های یادگیری فعال توجه کرده‌اند. این روش‌ها با تمرکز بر مشارکت فعال دانش‌آموزان در فرایند یادگیری، نه تنها موجب افزایش انگیزه و مشارکت می‌شوند، بلکه تأثیر مثبتی بر فرایند یادگیری و ارتقای نتایج تحصیلی دارند (Freeman et al., 2014). پژوهش‌ها نشان می‌دهند که استفاده از روش‌هایی چون تدریس تعاملی، کار گروهی و فعالیت‌های پروژه‌محور، نقش مهمی در تقویت یادگیری و بهبود تعامل دانش‌آموزان با محتوای درسی ایفا می‌کند (Carlos, Reses & Soares, 2024). به‌ویژه در آموزش ریاضی، این روش‌ها به یادگیری عمیق‌تر مفاهیم و پرورش مهارت‌های تحلیلی و کاربردی در دانش‌آموزان منجر می‌شوند (Lugosi & Uribe, 2022; Di Tommaso et al., 2024). استفاده از این شیوه‌ها در یادگیری ریاضی به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد تا توانایی‌های تجزیه و تحلیل و ارزیابی خود را تقویت کرده و از آن‌ها در حل مسائل پیچیده‌تر استفاده کنند (Klimova, 2013). این رویکردها، علاوه بر تقویت مهارت‌های تفکر انتقادی و منطقی در دانش‌آموزان، پایه‌ای برای موفقیت‌های تحصیلی در سایر دروس و همچنین تصمیم‌گیری‌های فردی در زندگی روزمره فراهم می‌آورد (Whitney-Smith, Hurrell & Day, 2022; Fitzmaurice, O'Meara & Johnson, 2021). آموزش و پرورش پویا نیازمند معلمان آگاه و متعهد است که نقش خود را در تربیت و یادگیری دانش‌آموزان به درستی درک کرده و از روش‌های نوین تدریس برای افزایش کیفیت یادگیری استفاده کنند (حسینی، نوجوان و سبحانی، ۱۳۹۵). به این منظور، هر تدریس باید به‌عنوان فرایند هنرمندانه‌ای در نظر گرفته شود که معلم باید به‌طور همزمان درک عمیقی از ارتباط خود با دانش‌آموزان و محتوای درسی داشته باشد (مرادی و فردانش، ۱۳۹۰). بنابراین، ضرورت دارد که معلمان نه تنها با انواع روش‌های تدریس آشنا باشند، بلکه مهارت‌های شغلی و حرفه‌ای مورد نیاز را برای تأثیرگذاری مؤثر بر فرایند یادگیری دانش‌آموزان کسب کنند.

استفاده از روش‌های نوین و فعال تدریس موجب افزایش مشارکت، انگیزه و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان می‌شود (دشتکی، ۱۳۹۸). معلمان باید فراگیران را به گونه‌ای درگیر فرایند یادگیری کنند که تنها به انتقال اطلاعات بسنده نکرده و روش‌های دانستن را به آن‌ها آموزش دهند (Gosavi & Arora, 2022)، در غیر این صورت، دانش‌آموزان مطالب را حفظ کرده و پس از امتحانات فراموش می‌کنند. به همین دلیل، معلمان باید از روش‌های تدریس استفاده کنند که یادگیری را در عمق ذهن دانش‌آموزان رسوخ داده و آن‌ها را قادر سازد تا آنچه آموخته‌اند، به‌طور کاربردی در زندگی روزمره به کار بگیرند (عابدینیان، ۱۳۹۸). در انتخاب شیوه و روش تدریس باید به تناسب، کارایی و اثربخشی آن با موضوع مورد تدریس و مبحث مربوط نیز توجه داشت (شعبانی، ۱۳۹۹؛ Mainali, 2021)، چراکه پس از سپری شدن پنج دهه از پژوهش‌های مربوط به اثربخشی تدریس معلم، متخصصان بر این باورند که تدریس اثربخش معلم یکی از مهم‌ترین عواملی است که در نهایت منجر به یادگیری بهتر فراگیران می‌شود (Hattie, 2009; Marzano, 2003). این فرایند اثربخش نیازمند توجه به شیوه‌های نوین و انعطاف‌پذیری در تدریس است تا دانش‌آموزان بتوانند به‌طور کامل از مطالب بهره‌برداری کنند (Bromley, 2013). طبق نظر چن (Chen, 2007)، معلمان کارآمد با آمادگی کامل جسمی و روانی وارد کلاس می‌شوند و به طور مستمر بر فرایند

یادگیری نظارت دارند تا کیفیت تدریس خود را بهبود بخشند. این معلمان علاوه بر مدیریت مؤثر کلاس، با برخورد مثبت و سازمان‌دهی دقیق، دانش‌آموزان را در پرورش تفکر انتقادی و یادگیری عمیق یاری می‌کنند.

تدریس اثربخش باید منظم و برانگیزاننده باشد و موجب علاقه‌مندی دانش‌آموزان شود (Miller and Miller, 2012)، طبیعتاً این مهم در درسی مثل ریاضی اهمیتی دو چندان دارد. در دروسی که پیش نیاز - پس نیاز بودن مباحث جدی است، تدریسی اثربخش است که فراگیران را برای جذب دانش جدید، اتصال دانش جدید با دانش قبلی و ایجاد زنجیره‌ای از دانش آماده نماید (Khan, 2012). در ایران آموزش درس ریاضی یکی از معضلات اساسی نظام آموزشی است. برای اثبات این امر کافی است یادآوری کرد که دانش‌آموزان در پایه‌های بالاتر تا چه اندازه از دانش ریاضی بیزارند! در حالی که ریاضی اگر بخوبی و به شکلی مطبوع از همان پایه‌های اول تدریس شود و دانش‌آموز شیرینی یادگیری مفاهیم ریاضی را بدرستی درک کند، دیگر محال است که این دانش ارزشمند را که اساس تمدن بشری است، رها کند (قائدی و همکاران، ۱۳۹۸)، بدیهی است که آموزش مناسب ریاضی، مستلزم شناسایی مشکلاتی که بر سر راه یادگیری دانش‌آموزان در این درس وجود دارد که یکی از این مشکلات روش تدریس آن است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که تمایل دانش‌آموزان به یادگیری ریاضی نه تنها در ایران بلکه در سراسر دنیا کم است (Tezer & Karasel, 2010; Nurkarim Qonita & Monterroza, 2023). یکی از دلایل اصلی این امر، به روش‌های تدریس معلمان مربوط می‌شود (Harefa & Hulu; 2024; Chand et al, 2021)، زیرا تدریس ریاضیات نیازمند مهارت‌های متنوعی از جمله آشنایی با روش‌های تدریس نوین، تسلط بر موضوعات درسی و استفاده از نرم‌افزارهای آموزشی است (Ottmar, Rimm-Kaufman, Larsen & Berry, 2015). رویکردهای سنتی و تک‌بعدی ممکن است باعث خستگی و کاهش علاقه دانش‌آموزان شوند. در مقابل، استفاده از روش‌های متنوع برای حل مسائل ریاضی، مانند ارائه چندین روش و مقایسه آن‌ها، می‌تواند درک دانش‌آموزان را بهبود بخشد و انگیزه آن‌ها را افزایش دهد. این رویکردها همچنین به ایجاد درک عمیق‌تری از مفاهیم ریاضی کمک کرده و فرایند یادگیری را جذاب‌تر می‌کنند (Yeh et al., 2019).

عملکرد ریاضی دانش‌آموزان و باورهای ریاضی آن‌ها بر یکدیگر تأثیر متقابل دارند. در فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی، مهم است روشی مورد استفاده قرار گیرد که دانش‌آموزان را دچار چالش بهینه کند (یافتیان و احمدی، ۱۴۰۱). در این خصوص، روش‌های متعددی از سوی معلمان، جهت بیان مطالب درسی وجود دارد که باتوجه به اهداف پژوهش حاضر، سه روش تدریس لایه به لایه^۱، حل مسئله و بارش فکری یا مغزی مورد بررسی قرار گرفت که در ادامه به توصیف هر روش تدریس پرداخته شده است.

در روش تدریس حل مسئله، زمانی که دانش‌آموز با چالشی روبه‌رو می‌شود که نمی‌تواند با استفاده از اطلاعات و مهارت‌های آموخته‌شده قبلی خود پاسخ مناسبی بدهد، در واقع با مسئله‌ای مواجه است. این فرایند که نیاز به به‌کارگیری و اعمال آموخته‌های قبلی در موقعیت‌های جدید دارد، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا به راه‌حل‌های مؤثر برسند (Stone-MacDonald et al. 2024; Santrock, 2008). حل مسئله فرایندی است که به فرد کمک می‌کند تا با استفاده از تجربیات قبلی خود، راه‌حل‌های مناسب را برای رسیدن به هدف یا حل مسئله پیدا کند. این فرایند در برقراری ارتباط با مسائل خارجی مانند معماها یا مسائل ریاضی اهمیت زیادی دارد و شامل غلبه بر موانع برای رسیدن به پاسخ است. به عبارت دیگر، حل مسئله نیازمند کاربرد مهارت‌های قبلی فرد در موقعیت‌های جدید است (ادیب‌نیا، مهاجر و شیخ‌پور، ۱۳۹۲).

دیگر روش تدریس مورد بحث در این پژوهش، روش تدریس بارش فکری یا مغزی است که در آن دانش‌آموزان قبل از اینکه شنونده و تماشاگر باشند، خود بازیگر هستند. روش بارش مغزی به‌عنوان یک تکنیک گروهی برای یافتن راه‌حل‌ها به سرعت مورد توجه معلمان قرار گرفت و به یکی از روش‌های رایج تصمیم‌گیری گروهی تبدیل شد. این روش به جمع‌آوری و استفاده از تمامی نظرات اعضا برای رسیدن به یک راه‌حل مشخص کمک می‌کند و موجب تحول در

^۱ . Layer-by-Layer Teaching Method

بسیاری از روش‌های مشابه گردیده است (حبشی، ۱۳۹۷). در این روش دانش‌آموز نقش اساسی را بر عهده دارد و معلم باید طوری کلاس را هدایت کند که دانش‌آموز را به حد اعلای فعالیت برای حل مسئله مطرح شده واداشته و آن‌ها را قادر سازد که به تنهایی کار کنند و خود را به کمک دیگران بی‌نیاز سازند. هدف بارش مغزی تشویق فرد برای ارائه هر چه بیشتر راه‌حل‌های ممکن برای حل احتمالی مسئله است (الله کرمی، ملکی و بابامرادی، ۱۳۹۳)، تکنیک بارش مغزی، که به صورت مشارکتی و گروهی در جهت حل مسائل به کار می‌رود، می‌تواند به طور قابل توجهی در تقویت تفکر انتقادی و حل مسئله در دانش‌آموزان مؤثر باشد. این روش با ایجاد فضایی برای تبادل افکار و نظرات، انگیزه و خلاقیت را در دانش‌آموزان افزایش می‌دهد و به آنان کمک می‌کند راه‌حل‌های نوآورانه برای مشکلات بیابند (AlMutairi, 2015; Anto et al, 2024). در پژوهش حاضر، روش تدریس نوینی که حاصل تجربیات پژوهشگران در آموزش ریاضیات به دانش‌آموزان است، تحت عنوان «روش تدریس لایه‌به‌لایه» معرفی می‌شود. جزئیات مربوط به طراحی و اجرای این روش در بخش روش‌شناسی پژوهش تشریح شده است. بر این اساس، مسئله اصلی پژوهش بررسی اثربخشی روش تدریس لایه‌به‌لایه در مقایسه با سه روش دیگر شامل روش تدریس بارش فکری (بارش مغزی)، حل مسئله و روش تدریس عادی بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان است. در همین راستا، فرضیه پژوهش به صورت زیر بیان می‌شود: روش تدریس لایه‌به‌لایه نسبت به روش‌های بارش فکری و حل مسئله، تأثیر بیشتری بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان دارد.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

با وجود پیشرفت‌های گسترده در حوزه آموزش و یادگیری، برخی معلمان به روش‌های آموزشی سنتی و تئوری بسنده کرده و تلاش کمتری برای به‌کارگیری روش‌های جدید و فعال داشته‌اند. این امر به‌ویژه در آموزش ریاضی باعث می‌شود که مفاهیم پیچیده ریاضی به‌طور مؤثری منتقل نشوند و دانش‌آموزان نتوانند ارتباط درستی با محتوای درسی برقرار کنند. حتی در برخی از روش‌های فعال، نادیده گرفتن دانش پایه و پیشین دانش‌آموزان باعث ایجاد شکاف در فرآیند یادگیری می‌شود که در نهایت، به تضعیف فهم مفاهیم، کاهش انگیزه و مشارکت دانش‌آموزان منجر می‌گردد.

مبانی نظری روش تدریس لایه‌به‌لایه، ریشه در رویکردهای شناختی یادگیری دارد. این روش، به‌طور خاص، با نظریه یادگیری معنادار دیوید آزوبل همخوانی و ارتباط مفهومی دارد. به عقیده آزوبل، یادگیری زمانی معنادار تلقی می‌شود که فراگیر بتواند مطالب جدید را به ساختار شناختی و دانش پیشین خود متصل کند. این امر بیش از آنکه به روش عرضه مطلب وابسته باشد، به آمادگی فراگیر و سازمان‌دهی مطالب جدید ارتباط دارد. روش لایه‌به‌لایه، با ارائه ساختارمند و مرحله‌ای محتوا و اتصال هر لایه به یادگیری‌های قبلی، دقیقاً همین سازمان‌دهی را تسهیل می‌کند. علاوه بر این، این رویکرد با مفهوم داربست‌سازی ویگوتسکی نیز همسو است، که در آن معلم با ارائه چالش‌های پله‌کانی و بازخورد مستمر، دانش‌آموز را در فرآیند ساخت دانش و عبور از منطقه تقریبی رشد یاری می‌کند. روش تدریس لایه‌به‌لایه با اتکا به این مبانی، تلاش می‌کند با در نظر گرفتن پیش‌نیازها و تجربیات قبلی دانش‌آموزان، فرصتی برای یادگیری عمیق و مؤثر فراهم می‌آورد. این رویکرد، به‌ویژه در آموزش ریاضی، با هدف بهبود کیفیت یادگیری و افزایش درک مفاهیم پیچیده، از طریق برقراری ارتباط مؤثرتر میان دانش‌آموزان و محتوای درسی، توانسته است در برخی از تحقیقات (مانند حسنی و سعیدی، ۱۴۰۰؛ سعیدی و پورکریمی، ۱۴۰۱) به‌عنوان یک راه‌حل نوآورانه و کارآمد شناخته شود.

روش تدریس لایه‌به‌لایه، روشی چندمرحله‌ای است که در هر مرحله دانش‌آموزان جهت یافتن پاسخ سؤال مطرح شده، با چالشی روبه‌رو می‌شوند. در این روش تدریس، به نظر می‌رسد دانش‌آموزان با انگیزه بیشتری در پی پاسخ سؤالات هستند و با حل چالش اولیه، با چالش دوم و یا همان لایه دوم موضوع، مواجه می‌شوند. این الگو، تا زمانی که به آخرین لایه یا سطح مفهومی موضوع می‌رسند، ادامه دارد. تدریس به شیوه‌ی لایه‌به‌لایه با بیان سؤال و درگیر کردن دانش‌آموز با یک چالش آغاز می‌گردد. سپس چارتی به دانش‌آموز نمایش داده می‌شود که اولاً مشخص می‌کند چه

مطالبی را باید یاد بگیرند و دوماً در مرحله به مرحله تدریس به دانش آموز بازخورد داده می شود که کجای نقشه (چارت) هستند، سوماً دانش آموز با دیدن چارت با یادگیری های قبلی و آنچه باید جدیداً یاد بگیرد ارتباط برقرار می کند (مدرس در چارت مفاهیمی را که دانش آموز قبلاً خوانده با فونت کوچک تر نمایش دهد). فرایند یادگیری با روبروشدن؛ چالش و مشارکت دانش آموزان برای حل چالش شروع می گردد. سپس با حل چالش اول، دانش آموزان با چالش دوم و سؤال بعدی مواجه می شوند و این فرایند ادامه پیدا می کند. بر اساس این ساختار، می توان استنباط کرد که نقطه ی قوت این روش، فراهم آوردن زمینه برای مشارکت فعال دانش آموز در فرایند یادگیری، یادگیری به صورت مشارکتی و از همه مهم تر، تحریک بالقوه ی انگیزه و علاقه ی دانش آموز به یادگیری لایه های بعدی است.

در خصوص مقایسه انواع روش های تدریس مطالعات متعددی انجام شده است، هر چند در رابطه با مقایسه تدریس لایه به لایه با دیگر روش های تدریس، نظر به اینکه این روش، رویکردی نوین و ابداعی از سوی پژوهشگران حاضر محسوب می شود، پیشینه پژوهشی مستقل و گسترده ای در مورد آن یافت نشد و مطالعات انجام شده به پژوهش های خود محققان محدود می گردد که در ادامه به آن اشاره می شود. سعیدی و پورکریمی (۱۴۰۱) در پژوهش خود تحت عنوان «تأثیر روش تدریس لایه به لایه بر پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش آموزان ابتدایی در مقایسه با روش های اکتشافی و روش تدریس به شیوه سخنرانی (از طریق برخط)» به این نتیجه رسیدند که روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش تدریس آنالین و اکتشافی دارای میانگین نمرات بالاتری است. براین اساس توجه به روش های نوین تدریس از جمله روش تدریس لایه به لایه، باید بیشتر مورد بررسی و استفاده قرار گیرد. حسنی و سعیدی (۱۴۰۰) پژوهشی با عنوان مقایسه اثربخشی تدریس لایه به لایه و سنتی بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان پایه ششم در درس ریاضی انجام دادند که نشان داد که روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش تدریس سنتی، در پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش آموزان پایه ششم اثربخش تر بوده است. قاعدی و همکاران (۱۳۹۸) در پژوهش خود با عنوان تأثیر روش های نوین و خلاقانه ی آموزشی در یادگیری ریاضی، نشان دادند که روش تدریس مورد استفاده توسط معلم و امکانات و تجهیزات آموزشی لازم برای تدریس درس ریاضی، باید به گونه ای انتخاب و طراحی شوند که نه تنها باعث ایجاد انگیزه و علاقه در فراگیران شده و دیدگاهشان را نسبت به این درس تغییر دهد، بلکه باید باعث شود تا آن ها با اعتماد به نفس بالاتری به سوی یادگیری آسان و لذت بخش پیش بروند و همچنین بتوانند بین مفاهیم آموخته شده و زندگی واقعی ارتباط برقرار کنند.

Obafemi (2024) در یک مطالعه به بررسی تأثیر روش تدریس بارش مغزی بر عملکرد تحصیلی دانش آموزان در درس ریاضی پرداخت، نتایج نشان داد استفاده از استراتژی های تدریس بارش مغزی باعث بهبود عملکرد تحصیلی دانش آموزان در ریاضی، بدون توجه به جنسیت، شده است. Doz, Cotič & Cotič (2024) تحقیقی با هدف طراحی و ارزیابی یک مدل آزمایشی تدریس ریاضی مبتنی بر حل مسئله در دانش آموزان پایه سوم انجام دادند. نتایج نشان می دهد که گروه آزمایشی علی رغم مزیت جزئی در پیش آزمون، عملکرد بهتری در پس آزمون در زمینه های حساب، هندسه و منطق داشتند که اثربخشی تدریس مبتنی بر حل مسئله را در تقویت درک مفهومی ریاضی را تأیید می کند. Vale & Barbosa (2023) به بررسی تأثیر استراتژی های یادگیری فعال بر آموزش و یادگیری ریاضیات پرداختند. پژوهش آن ها نشان داد که روش هایی فعال باعث ارتقای مشارکت شناختی، اجتماعی و جسمانی دانش آموزان می شوند و امکان تعامل، حل مسئله و بازخورد بدون تهدید را فراهم می آورند. نتایج این مطالعه استفاده از یادگیری فعال را به عنوان رویکردی مؤثر در آموزش ریاضیات توصیه می کند. Sionicio & Barbacena (2021) در پژوهشی تأثیر تدریس از طریق حل مسئله بر فرایندهای فراشناختی، آگاهی فراشناختی و عملکرد تحصیلی دانش آموزان در ریاضی را مورد بررسی قرار داده است. نتایج نشان داد که تدریس از طریق حل مسئله تأثیر قابل توجهی بر آگاهی فراشناختی و عملکرد تحصیلی دانش آموزان دارد. این یافته ها تأکید دارند که انعکاس مکرر بر روی تکالیف به بهبود یادگیری و فرایندهای فراشناختی کمک می کند. Emanet & Kezer (2021) با انجام یک فراتحلیل،

تأثیر روش‌های تدریس دانش‌آموزمحور بر عملکرد تحصیلی، نگرش و اضطراب دانش‌آموزان در درس ریاضیات را بررسی کردند. در این مطالعه، ۱۱۱ پژوهش معتبر بین سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۸ مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش‌های دانش‌آموزمحور نسبت به روش‌های سنتی، اثربخشی بالاتری در ارتقای عملکرد ریاضی، بهبود نگرش نسبت به ریاضیات و کاهش اضطراب دانش‌آموزان دارند. نتایج پژوهش حبشی (۱۳۹۷) نیز با عنوان مقایسه‌ی اثربخشی روش‌های تدریس بارش مغزی، تدریس اعضای تیم و روش سنتی بر احساس تعلق به مدرسه در دانش‌آموزان حاکی از اثربخشی و برتری دو روش بارش مغزی و اعضای تیم بر روش سنتی و احساس تعلق به مدرسه دانش‌آموزان، را نشان می‌دهد. همچنین محمودی و صادقی (۱۳۹۷) در خصوص اثربخشی روش‌های تدریس فعال بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان مطالعه‌ای را به صورت فراتحلیل انجام داده‌اند که روش‌های تدریس فعال، تأثیر مثبت و معنی‌داری بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان با اندازه اثر بالا دارد و طبق معیار کوهن، این تأثیر در حد زیاد ارزیابی شده است. به طور کلی استفاده از شیوه‌های تدریس فعال باعث پیشرفت تحصیلی و یادگیری معنی‌دار می‌شود و در نتیجه آن انتقال یادگیری به جهان خارج افزایش می‌یابد. عاشوری و صفاریان (۱۳۹۳) نیز در پژوهش خود با عنوان مقایسه تأثیر روش‌های تدریس سکوسازی، حل مسئله و سنتی بر پیشرفت تحصیلی درس ریاضی نشان داد که در مرحله پس‌آزمون روش سکوسازی برخلاف روش حل مسئله باعث افزایش پیشرفت تحصیلی شده است، اما در مرحله پیگیری اثر روش‌های تدریس سکوسازی و حل مسئله در افزایش پیشرفت تحصیلی تفاوت معنی‌داری نداشتند. گرچه اثر روش سکوسازی زودتر از روش حل مسئله بروز می‌کند، اما در بلندمدت میان این دو روش تدریس تفاوت معنی‌داری وجود ندارد.

روش

روش پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر نحوه گردآوری داده‌ها، نیمه‌آزمایشی و طرح مورد استفاده از نوع پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه کنترل بود. جامعه آماری پژوهش حاضر شامل دانش‌آموزان پسر پایه هفتم (دوره اول متوسطه) در شهر سنندج بود. چهار کلاس پایه هفتم مقطع با روش نمونه‌گیری در دسترس به عنوان نمونه آماری انتخاب شدند. در مجموع ۸۰ نفر از شاگردان در چهار کلاس (سه گروه آزمایش و یک گروه گواه) در این طرح آزمایشی، مورد آزمایش قرار گرفتند. به منظور کنترل متغیرهای مداخله‌گر یا مزاحم به لحاظ نوع پژوهش از تکنیک همگن‌سازی کلاس‌ها بهره‌گیری شده است، با این عمل می‌توان نتایج حاصل از پژوهش را با اطمینان بیشتری به کل جامعه آماری تعمیم داد. بدین منظور نمرات ریاضی سال گذشته دانش‌آموزان بررسی شد تا اطمینان حاصل شود که گروه‌های مختلف از نظر سطح دانش ابتدایی مشابه هستند. در پژوهش پیش رو سه روش تدریس لایه به لایه، تدریس حل مسئله و بارش فکری در جهت حل مسائل ریاضی در سه گروه آزمایش مورد بررسی قرار گرفت. ابزار گردآوری داده‌ها، یک آزمون پیشرفت تحصیلی محقق‌ساخته بود. این آزمون شامل ۲۱ سؤال است که به سه حوزه‌ی حل مسئله، اعداد صحیح و جبر و معادله اختصاص دارد. آزمون مذکور به عنوان پیش‌آزمون (قبل از اجرای روش‌های تدریس) و پس‌آزمون (پس از پایان دوره مداخله) در هر چهار گروه (سه گروه آزمایش و یک گروه گواه) اجرا گردید تا تغییرات در یادگیری آن‌ها اندازه‌گیری شود. این آزمون به طور خاص توسط پژوهشگر طراحی شده و پس از مشورت با سه نفر از معلمان باتجربه در زمینه ریاضیات مورد استفاده قرار گرفت. روایی سؤالات بر اساس روایی صوری و محتوایی انجام گرفت. به عبارتی با بازبینی دقیق و موشکافانه سه نفر از معلمان مطرح درس ریاضی در شهر سنندج، مشخص شد که محتوا و هدف‌هایی که آزمون اندازه‌گیری می‌کند، هدف آن سؤالاتی است که حیطه‌ی محتوا را تشکیل می‌دهند. برای تعیین پایایی نمره‌گذاری آزمون، از شاخص پایایی بین مصححان استفاده شد. به این منظور، نمرات اختصاص‌یافته به پاسخ‌های دانش‌آموزان توسط دو مصحح متخصص در حوزه ریاضی مورد بررسی قرار گرفت. میزان ضریب همبستگی بین نمرات داده‌شده توسط دو مصحح، بر اساس کلید نمره‌گذاری استاندارد، برابر با ۰/۹۰ به دست آمد. این ضرایب نشان‌دهنده توافق بالا بین مصححان و پایایی قابل قبول آزمون است. جهت بررسی فرضیات پژوهش نیز از نرم‌افزار

آماري SPSS و آزمون آماری تحلیل کوواریانس استفاده شد. شرایط ورود به پژوهش شامل ثبت نام در کلاس های پایه هفتم و رضایت از شرکت در دوره آموزشی بود. دانش آموزان باید حداقل در ۸۰ درصد جلسات دوره آموزشی شرکت می کردند تا در گروه پژوهش باقی بمانند. پژوهشگر این مطالعه، مدرس هر چهار گروه است. وی دانشجوی مقطع دکتری و دارای ۱۸ سال سابقه تدریس می باشد. در این پژوهش، یک روش تدریس نوآورانه که حاصل تجربیات عملی پژوهشگر در آموزش ریاضیات به دانش آموزان است، در کنار سه روش دیگر تدریس مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. پس از انتخاب نمونه آماری (چهار کلاس پایه هفتم)، و تخصیص تصادفی کلاس ها به سه گروه آزمایش و یک گروه گواه، پژوهش حاضر طی چهار مرحله به شرح زیر اجرا گردید:

۱. مرحله پیش آزمون و همگن سازی: پیش از اجرای مداخله، به منظور کنترل متغیرهای مداخله گر و اطمینان از همسانی نسبی گروه ها، نمرات درس ریاضی دانش آموزان در سال تحصیلی گذشته (پایه ششم) بررسی شد. سپس، آزمون پیشرفت تحصیلی محقق ساخته (شامل ۲۱ سؤال) به عنوان پیش آزمون در هر چهار گروه به طور همزمان اجرا و نتایج آن ثبت گردید.

۲. مرحله اجرای مداخله آموزشی: مداخله آموزشی طی هشت جلسه ۷۵ دقیقه ای برای هر چهار گروه اجرا شد. محتوای آموزشی در تمام گروه ها یکسان بود و شامل سه مبحث کلیدی از ریاضی پایه هفتم بود. توالی تدریس به گونه ای طراحی شد که یادگیری ساختارمند را تضمین کند: ابتدا، سه جلسه به مهارت های حل مسئله اختصاص یافت تا ذهن دانش آموزان برای مواجهه فعال با چالش ها آماده شود. سپس، دو جلسه به تدریس اعداد صحیح (فصل ۲) به عنوان پیش نیاز اساسی مبحث جبر پرداخته شد. در نهایت، سه جلسه پایانی به مفاهیم جبر و معادله (فصل ۳)، شامل درک متغیر، عبارات جبری و حل معادلات خطی ساده، اختصاص داده شد. به منظور کنترل متغیر مربوط به ویژگی های مدرس، تدریس هر چهار گروه توسط شخص پژوهشگر (دانشجوی دکتری با ۱۸ سال سابقه تدریس) انجام شد.

۳. تشریح پروتکل اجرایی گروه ها:

- گروه آزمایش ۱: روش تدریس لایه به لایه در این گروه، پروتکل تدریس مبتنی بر ارائه ساختارمند و مرحله ای محتوا بود. هر جلسه با یک چالش یا سؤال اصلی آغاز می شد. سپس، یک چارت یا نقشه مفهومی به دانش آموزان ارائه می شد که ارتباط مفاهیم جدید با دانش پیشین (لایه های قبلی) را نشان می داد. دانش آموزان به صورت مشارکتی برای حل چالش (لایه اول) تلاش می کردند و پس از دستیابی به راه حل و بازخورد معلم، با چالش بعدی (لایه دوم) مواجه می شدند. این فرایند پلکانی تا رسیدن به آخرین لایه مفهومی ادامه می یافت (شکل ۱).

- گروه آزمایش ۲: روش تدریس حل مسئله در این گروه، پروتکل تدریس بر اساس مواجهه مستقیم دانش آموزان با مسائلی طراحی شد که راه حل فوری برای آن ها نداشتند. از دانش آموزان خواسته می شد تا با استفاده از آموخته های قبلی خود در موقعیت های جدید و از طریق بحث و تحلیل گروهی، برای رسیدن به راه حل تلاش کنند. نقش معلم در این گروه، هدایت فرایند تفکر و تسهیل گری بود.

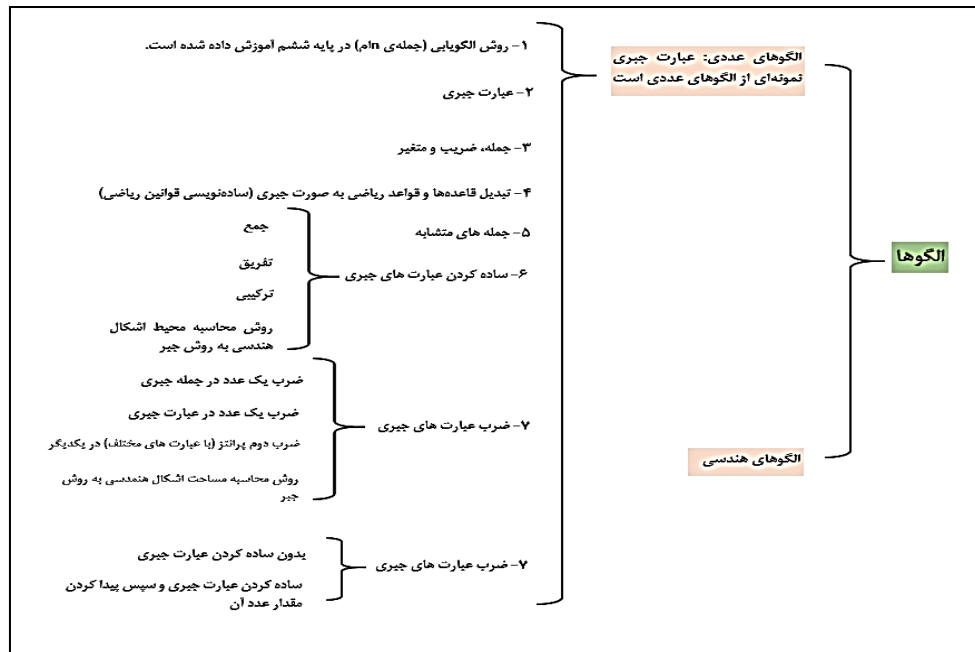
- گروه آزمایش ۳: روش تدریس بارش فکری پروتکل این گروه بر تکنیک های بارش فکری متمرکز بود. معلم مسئله ای را مطرح می کرد و هدف اصلی، تشویق دانش آموزان به ارائه هرچه بیشتر راه حل های ممکن، بدون قضاوت اولیه بود. دانش آموزان در این روش نقش اصلی را بر عهده داشتند و معلم کلاس را به گونه ای هدایت می کرد که فضایی ایمن برای تبادل آزادانه افکار و تقویت خلاقیت ایجاد شود.

- گروه ۴: روش تدریس عادی (گروه گواه/کنترل) در این گروه، محتوای آموزشی یکسان (بر اساس همان توالی سه مبحثی) بر اساس روش متداول و سنتی (عادی) تدریس شد. این روش عمدتاً معلم محور، مبتنی بر سخنرانی، ارائه مثال توسط معلم و حل تمرینات مشخص از کتاب درسی بود.

۴. مرحله پس آزمون: پس از اتمام هشت جلسه مداخله، آزمون پیشرفت تحصیلی (همان ابزار پیش آزمون) مجدداً به عنوان پس آزمون در هر چهار گروه اجرا گردید تا میزان یادگیری و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان سنجیده شود. از

آنجا که روش‌های تدریس حل مسئله و بارش فکری، رویکردهای شناخته‌شده‌ای در ادبیات آموزشی هستند، در ادامه صرفاً برای شفاف‌سازی پروتکل اجرایی روش نوین این پژوهش، یک مثال عملی از روش تدریس لایه به لایه ارائه می‌گردد. برای مثال هنگام تدریس جبر و معادله (که اکنون قسمتی از بخش جبر به این روش آموزش داده می‌شود)، این‌چنین عمل شد:

معلم: بچه‌ها به نظر شما مفهوم جبر یک مفهوم جدید است یا قبلاً به نوعی در مورد آن مطالبی را یاد گرفته اید؟ و جبر به چه معناست؟ سپس معلم چارت این بخش را می‌کشد:



شکل ۱. چارت نمونه تدریس جبر به روش لایه به لایه

وقتی چارت را برای دانش‌آموزان نمایش داده شد چند سؤال کلی‌تر از مفاهیم داخل چارت پرسیده شد که دانش‌آموزان را برای پیدا کردن پاسخ تحریک کرده و به موضوع تمرکز داشته باشند. به‌عنوان مثال:

معلم: بچه‌ها وقتی به صورت کلامی به ما می‌گویند دو برابر مجموع یک عدد و قرینه‌ی معکوس آن را به صورت عبارت ریاضی بنویسید چه کار می‌کنید؟

معلم: چگونه بفهمیم دو عبارت متشابه هستند یا نه؟

معلم: به نظر شما عدد ۳ و یا حرف b یک جمله‌ی جبری است یا نه؟

معلم: بچه‌های عزیز در سال گذشته، الگوی ... ، ۷ ، ۵ ، ۳ ، ۱ را در کتاب داشتید، برای پیدا کردن جمله‌ی n ام آن باید رابطه یا فرمولی برای این الگو پیدا می‌کردیم می‌دانید رابطه چی بود (معلم موضوع جدید را به مطالب قبلی یاد گرفته شده دانش‌آموز ارتباط می‌دهد).

معلم: دانش‌آموزان عزیز، در فعل اول با راهبرد روش نمادین آشنا شدید در آنجا به عددهایی که مقدار دقیق آنها را نمی‌دانستیم از نمادهای $\square$ ، $\bigcirc$ ، $\triangle$ و... استفاده می‌کردیم مثلاً اگر می‌خواستیم عددی که مقدار دقیقش را نمی‌دانیم ۵ برابر کنیم و ۳ واحد از آن کم کنیم، فرض می‌کردیم آن عدد $\square$ است و سپس در ۵ ضرب می‌کردیم و حاصل منهای ۳ می‌شد تا به $5 \times \square - 3$ برسیم. حالا به جای استفاده از این نمادها از حروف انگلیسی دلخواه مثل a ، b ، c و... استفاده می‌کنیم، حال به یک عبارت جبری می‌رسیم؛ مثلاً نمونه‌ی بالا همان $5 \times m - 3$ است. حال بچه‌های عزیز من عبارت جبری را تعریف می‌کنم بعد شما یک مثال بزنید.

معلم: هر عبارت جبری شامل یک یا چند عدد و حروف انگلیسی و عمل‌هایی مانند جمع و تفریق و ضرب و تقسیم در بین آن حروف است.

وقتی دانش‌آموزان مثال را گفتند معلم به سؤال ابتدای کلاس که گفته بود آیا عدد ۳ و حرف b یک جمله جبری است اشاره می‌کند و دانش‌آموزان را با چالشی روبرو می‌کند.

روال تدریس به همین گونه ادامه پیدا می‌کند معلم یک لایه را بیان می‌کند، دانش‌آموزان مثال‌ها و مصداق‌هایی را ذکر می‌کنند و معلم با سؤالاتی مفهومی‌تر موضوع را می‌شکافد پس از اطمینان از یادگیری یک لایه با پرسیدن سؤالی جدید دانش‌آموزان را برای یادگیری لایه بعدی تحریک می‌کند.

یافته‌ها

جدول ۱، شاخص‌های توصیفی (میانگین و انحراف استاندارد) نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون را به تفکیک گروه‌های پژوهش نشان می‌دهد.

جدول ۱: شاخص‌های توصیفی نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون به تفکیک گروه

روش تدریس	تعداد	میانگین		انحراف استاندارد	
		پیش‌آزمون	پس‌آزمون	پیش‌آزمون	پس‌آزمون
لایه به لایه	۲۰	۴/۹۰	۱۶/۱۵	۱/۳۷۲	۲/۹۷۸
بارش فکری	۲۰	۵/۳۰	۱۲/۳۰	۱/۵۹۲	۱/۹۷۶
حل مسئله	۲۰	۴/۷۰	۱۲/۷۰	۱/۴۵۴	۲/۹۵۷
گواه	۲۰	۴/۷۵	۱۱/۱۵	۱/۴۴۶	۲/۴۵۵

برطبق نتایج جدول (۱) در مرحله پیش‌آزمون، میانگین و انحراف استاندارد‌ها در گروه آزمایش (سه گروه که برای روش‌های تدریس لایه به لایه، بارش فکری و حل مسئله در نظر گرفته شده است) و گروه کنترل نزدیک به هم است. در مرحله پس‌آزمون، میانگین نمرات حاصل از روش تدریس لایه به لایه از سایر گروه‌ها بیشتر است. برای بررسی یکی از مفروضه‌های اساسی تحلیل کوواریانس، یعنی همگنی شیب‌های رگرسیون، نتایج آزمون در جدول (۲) گزارش شده است. این آزمون، اثر تعاملی متغیر پیش‌آزمون (متغیر کمکی) و گروه (متغیر مستقل) را بر پس‌آزمون بررسی می‌کند.

جدول ۲: نتایج تجزیه و تحلیل واریانس یک راهه برای بررسی همگنی شیب رگرسیون‌ها

	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	سطح معنی‌داری
نمرات پیش‌آزمون	۳۰/۷۴۹	۱	۳۰/۷۴۹	۴/۹۸۴	۰/۰۲۹
گروه * نمرات پیش‌آزمون	۴۵/۴۲۴	۳	۱۵/۱۴۱	۲/۴۴۹	۰/۰۷
خطا	۴۴۵/۰۸۰	۷۲	۶/۱۸۲		
گواه	۲۰	۱۱/۱۵	۲/۴۵۵		

باتوجه به نتایج جدول ۲ در سطح ۰/۰۵ رابطه معنی‌داری بین نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون وجود دارد. همگنی شیب رگرسیون با توجه به تعامل نمرات پیش‌آزمون و متغیر مستقل (روش تدریس) نمرات پس‌آزمون بررسی شد. همگنی شیب رگرسیون با توجه به جدول فوق مورد تأیید قرار گرفت. بنابراین می‌توان برای آزمون فرضیه‌ها از تحلیل کوواریانس استفاده نمود. جدول (۳) نتایج آزمون لوین را به منظور بررسی مفروضه دیگر تحلیل کوواریانس، یعنی برابری واریانس‌های خطای متغیر وابسته (نمرات پس‌آزمون) در بین گروه‌ها، نشان می‌دهد.

جدول ۳: نتایج آزمون لوین برای بررسی برابری واریانس‌ها

سطح معنی‌داری	درجه آزادی ۱	درجه آزادی ۲	F
۰/۱۸۹	۳	۷۶	۱/۶۳

طبق جدول ۳، آزمون لوین نشان می‌دهد که مفروضه برابری واریانس‌ها مورد تأیید است $p=0/189 > 0/05$ ، $F(76/3) = 1/63$. بنابراین نتیجه آزمون لوین در مورد متغیرها از لحاظ آماری معنی‌دار نمی‌باشد (یکی دیگر از مفروضه‌های تحلیل کوواریانس برقرار می‌باشد). پس از احراز پیش‌فرض‌های آماری، نتایج آزمون تحلیل کوواریانس یک‌متغیره به‌منظور بررسی تفاوت میانگین نمرات پس‌آزمون یادگیری ریاضی در گروه‌ها، پس از کنترل اثر پیش‌آزمون، در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۴: نتایج تجزیه و تحلیل کوواریانس

مجموع مجزورات	درجه آزادی	میانگین مجزورات	F	سطح معنی‌داری	مجزور اتا
۳۲/۹۹۵	۱	۳۲/۹۹۵	۵/۰۴۵	۰/۰۶	۰/۰۶
۲۷۹/۸۵	۳	۹۳/۲۸۴	۲/۲۶۳	۰/۰۰۰	۰/۳۷
۴۹۰/۵۰	۷۵	۶/۵۰			

طبق نتایج جدول ۴، بین میانگین نمرات پس‌آزمون روش‌های تدریس بعد از حذف اثر نمرات پیش‌آزمون تفاوت معنی‌داری وجود دارد $\eta^2 = 0/37$ ، $p < 0/000$ ، $F(75/3) = 14/26$ ، در واقع نشان‌دهنده اثر اصلی گروه می‌باشد. جدول (۵)، میانگین‌های تعدیل‌شده و خطای استاندارد مربوط به نمرات پس‌آزمون یادگیری ریاضی را برای هر یک از چهار گروه پژوهش نشان می‌دهد. این میانگین‌ها، اثر متغیر کمکی (پیش‌آزمون) را حذف کرده و مقایسه گروه‌ها را ممکن می‌سازند.

جدول ۵: میانگین‌های تعدیل‌شده

روش تدریس	گروه	میانگین	خطای استاندارد	حد بالا	حد پایین
لایه به لایه	۱۶/۱۴۴	۰/۵۷۲	۱۷/۲۸۴	۱۵	
بارش فکری	۱۲/۴۷۴	۰/۵۷۷	۱۳/۶۲۳	۱۱/۳۲۴	
حل مسئله	۱۲/۶۰۵	۰/۵۷۳	۱۳/۷۴۷	۱۱/۴۶۲	
گواه	۱۱/۰۷۷	۰/۵۷۳	۱۲/۲۱۸	۹/۹۳۶	

طبق نتایج جدول ۵، اثر متغیر تصادفی کمکی (نمرات پیش‌آزمون) از لحاظ آماری حذف شده است. پس از تعدیل نمرات پیش‌آزمون طبق جدول ۵، اثر عامل بین آزمودنی‌ها تأیید گردید. طبق جدول فوق (میانگین‌های تعدیل‌شده) روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش تدریس بارش فکری و حل مسئله دارای میانگین نمرات بالاتری است. به‌منظور بررسی دقیق‌تر اندازه اثر هر یک از روش‌های تدریس، نتایج حاصل از جدول برآورد پارامترها در جدول (۶) گزارش شده است. این جدول، شاخص مجذور اتا را برای هر گروه ارائه می‌دهد.

جدول ۶: برآورد پارامترها

پارامتر	بتا	انحراف استاندارد	T	سطح معنی‌داری	مجزور اتا
لایه به لایه	۵/۰۶۷	۰/۸۰۹	۶/۲۶۲	۰/۰۰۰	۰/۳۴
بارش فکری	۱/۳۹۷	۰/۸۱۶	۱/۷۱۱	۰/۰۹۱	۰/۰۳
حل مسئله	۱/۵۲۸	۰/۸۰۹	۱/۸۸۹	۰/۰۶۳	۰/۰۴

طبق جدول ۶، روش تدریس لایه به لایه از اثر $\eta^2 = 0/34$ برخوردار است و نشان می‌دهد نمرات پس‌آزمون این روش با نمرات پیش‌آزمون تفاوت معنی‌داری دارند. نمرات پس‌آزمون روش تدریس باران فکری و حل مسئله با نمرات پیش‌آزمون رابطه معنی‌داری ندارند و η^2 آن‌ها بسیار ضعیف است. لذا با توجه به این نتایج روش تدریس لایه به لایه توانسته در پیشرفت تحصیلی (نمرات پس‌آزمون) درس ریاضی مؤثر باشد.

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش با هدف ارزیابی تأثیر روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش‌های تدریس بارش فکری و حل مسئله، بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان انجام شد. بر اساس نتایج به‌دست‌آمده، از بین روش‌های تدریس مورد بحث، روش تدریس نوینی که توسط پژوهشگران یعنی روش تدریس لایه به لایه، ارائه گردید، بیشترین اثر را در پیشرفت تحصیلی درس ریاضی نسبت به روش‌های تدریس حل مسئله و بارش مغزی داشته است. نتایج این پژوهش با یافته‌های سعیدی و پورکریمی (۱۴۰۱) که در پژوهش خود روش تدریس لایه به لایه را با روش‌های اکتشافی و سخنرانی (آنلاین) مقایسه کرده بودند به این نتیجه رسیدند که روش تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش تدریس اکتشافی و آنلاین تأثیر بیشتری بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان دارد. همچنین با پژوهش حسینی و سعیدی (۱۴۰۰) همسو است که در پژوهش خود نشان دادند روش نوین تدریس لایه به لایه در مقایسه با روش تدریس سنتی، در پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان پایه ششم اثربخش‌تر بوده است. همچنین با پژوهش محمودی و صادقی (۱۳۹۷) که نشان از تأثیر مثبت روش‌های تدریس فعال بر پیشرفت تحصیلی و افزایش یادگیری دانش‌آموزان داشته، همسو است. عاشوری و صفاریان (۱۳۹۳) نیز نشان دادند که روش‌های تدریس نوین، نسبت به روش‌های تدریس سنتی، بیشترین تأثیر را بر پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دارند.

در تبیین این یافته می‌توان گفت که آموزش و پرورش پویا نیازمند معلمانی است که به روش‌های نوین در تعلیم و تربیت روی آورند و فعالیت‌های کهنه را رها کرده و با درک نقش و رسالت تربیتی خود قادر باشند تمام ابعاد وجودی دانش‌آموزان را تحت تأثیر قرار دهند. باتوجه به اهمیت استفاده از روش‌های نوین تدریس، متأسفانه امروزه اغلب تلاش‌های آموزش در گرو تقویت حافظه و یادسپاری است که بدون نفی اهمیت آن، باید خاطرنشان ساخت که این تنها به یکی از ابعاد آموزش و پرورش توجه دارد. امروزه باید تأکید روی روش‌های تدریسی باشد که منجر به ایجاد انگیزه، افزایش حس کنجکاوی، درگیر کردن دانش‌آموزان در کلاس درس و همچنین افزایش علاقه در آنان می‌شوند، یادگیری را آسان‌تر و خوشایندتر می‌کنند و همین فضا، زمینه‌ی انتقال راحت‌تر و اصولی‌تر مطالب از طریق معلمان به دانش‌آموزان را فراهم کرده، همچنان که (Andravazsarani, Kardgar and Hashemi, 2019) به همین موضوع نیز اشاره کرده‌اند.

استفاده از روش تدریس لایه به لایه در درس ریاضیات توسط معلمان، با مرور مطالب در کلاس همراه است. همان‌گونه که از نام این روش مشخص است، حل هر مسئله و پرسش ریاضی، به صورت پلکانی و در قالب چندین لایه ارائه می‌شود. هر لایه به صورت کامل به دانش‌آموز آموخته می‌شود، جهت لایه بعدی، با تکرار مطالب لایه قبل، نتیجه جدیدی ارائه می‌گردد، نتیجه جدید در قالب لایه‌ی دیگری بیان می‌شود تا زمانی که تمامی لایه‌ها، نتیجه نهایی را مشخص کنند. براین اساس قدرت یادگیری و تحلیل و در ماندگاری مطالب در دانش‌آموزان بیشتر می‌شود. دانش‌آموزان شخصیت فعالی داشته، و قدرت همکاری آن‌ها نیز افزایش پیدا می‌کند. همچنین در این روش سعی بر این است که دانش‌آموز خود در کسب مفهوم سهیم باشد و از طرق مختلف به فعالیت‌های ذهنی، علمی، فردی و گروهی وادار گردد، به عبارت دیگر، محتوا روی درگیر شدن دانش‌آموزان در کسب تجارب یادگیری تأکید داشته و آنان را فعال می‌سازد. ماهیت انتزاعی ریاضی باعث شده است تا فراگیران برای درگیر شدن در فعالیت‌ها تمایل چندانی از خود نشان ندهند؛ بنابراین شایسته است آموزشگران ریاضی، باطن شهودی ریاضی را هر چه بیشتر آشکار نمایند و بین تجربه‌های افراد با دانش آن‌ها ارتباط برقرار کنند (یافتیان و احمدی، ۱۴۰۱) که این مهم در روش تدریس لایه به لایه مورد توجه است.

نکته مهم در این پژوهش علاوه بر اثر مثبت تدریس لایه به لایه ریاضی، تأثیر مثبت روش‌های تدریس حل مسئله و بارش فکری است. لازم به یادآوری است در آموزش ریاضی داشتن روش تدریس صحیح از اهمیت زیادی برخوردار است؛ زیرا آموزش صحیح درس ریاضی به دانش‌آموزان می‌تواند در درک بهتر سایر دروس نیز به آنها کمک نماید. ریاضیات همواره نقش کلیدی در برنامه‌های درسی داشته است. امروزه باتوجه به تغییرات سریع و پیش‌رونده‌ای که جوامع در حال تجربه آن هستند، توجه به جنبه‌های کاربردی ریاضیات در علوم مختلف (فیزیک، زیست، علوم اجتماعی و اقتصادی) و همچنین در زندگی روزمره افراد بیشتر شده است (فیروزشاهی و یافتیان، ۱۳۹۹).

بر اساس مشاهدات و تجربه پژوهشگر در حین اجرای فرایند تدریس، به نظر می‌رسد مزیت‌های عمده این روش تدریس (لایه به لایه) مواردی از قبیل ایجاد زمینه برای انگیزه در دانش‌آموزان، مشارکت فعال دانش‌آموزان در فرایند یادگیری، ارتباط بین محتوای درسی جدید با آموخته‌های قبلی دانش‌آموز، عدم ارائه محتوای اضافی و غیرضروری به دانش‌آموز، پرورش خلاقیت و تفکر دانش‌آموز از طریق روبرو کردن دانش‌آموز با چالش‌های مختلف در یادگیری و همچنین تشویق دانش‌آموزان به مشارکت در کارگروهی و نظارت هوشمندانه معلم نسبت به دیگر روش‌ها باشد. اگرچه سنجش مستقیم متغیرهایی فوق خارج از اهداف این پژوهش بود، اما ساختار چالش‌محور این روش می‌تواند چنین پیامدهایی را به دنبال داشته باشد که پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی مورد سنجش قرار گیرد. مزیت بررسی‌شده و تأیید شده در این پژوهش، تأکید بر ارتباط بین محتوای درسی جدید با آموخته‌های قبلی بود.

شکست در یادگیری این درس نیز می‌تواند صدمات جبران‌ناپذیری را بر روند رشد تحصیلی آنها داشته باشد. پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آینده به بررسی اثربخشی روش تدریس لایه به لایه در سایر دروس مانند علوم و زبان انگلیسی و در مقاطع تحصیلی مختلف بپردازند تا تعمیم‌پذیری آن مشخص شود. همچنین، تحلیل مقایسه‌ای این روش با سایر روش‌های فعال تدریس مانند کلاس معکوس یا یادگیری مبتنی بر پروژه می‌تواند دیدگاه جامعی از مزایا و محدودیت‌های آن ارائه دهد. اجرای پژوهش‌های بلندمدت برای ارزیابی پایداری اثرات این روش و مطالعه عوامل فرهنگی و اجتماعی مؤثر بر نتایج نیز حائز اهمیت است. در نهایت، تحلیل تجربیات معلمان در استفاده از این روش، به‌ویژه از طریق مصاحبه و مشاهده، می‌تواند به شناسایی چالش‌ها و بهبود روش کمک کند. محدودیت‌های پژوهش شامل تعمیم‌پذیری محدود به دانش‌آموزان پسر پایه هفتم در شهر سمنان، عدم امکان بررسی اثرات بلندمدت به دلیل اجرای مطالعه در یک ترم تحصیلی، و استفاده صرف از پرسش‌نامه بدون بهره‌گیری از روش‌های تکمیلی مانند مصاحبه یا مشاهده است.

مشارکت نویسندگان

نویسندگان مقاله حاضر اعلام می‌دارند که در تمامی مراحل انجام این پژوهش، از مقدمه و طراحی روش‌شناسی گرفته تا اجرای مداخله، تحلیل داده‌ها و نگارش نهایی مقاله، به‌طور یکسان مشارکت داشته‌اند.

تشکر و قدردانی

از تمام افرادی که در انجام این پژوهش ما را یاری کردند، به‌ویژه معلمان (که در طراحی و بازبینی سؤالات همکاری کردند) و دانش‌آموزان شرکت‌کننده که بدون همکاری و حمایت آن‌ها این تحقیق ممکن نبود، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌کنیم.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

منابع

- ادیب‌نیا، اسد. مهاجر، یحیی و شیخ‌پور، سکینه. (۱۳۹۲). مقایسه تأثیر روش‌های تدریس حل مسئله و اکتشافی بر مهارت‌های حل مسئله اجتماعی دانش‌آموزان دختر. پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، ۱۰ (۲): ۶۳-۷۸.
- الله کرمی، آزاد، ملکی، حسن و بابامرادی، افشین. (۱۳۹۳). مقایسه اثربخشی روش‌های تدریس مشارکتی و بارش مغزی بر کفایت اجتماعی. فصلنامه روان‌شناسی تربیتی، ۳۲ (۰): ۵۵-۷۹.
- حبشی، محمد بلال. (۱۳۹۷). مقایسه اثربخشی روش‌های تدریس بارش مغزی، تدریس اعضای تیم و روش سنتی بر احساس تعلق به مدرسه در دانش‌آموزان. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه محقق اردبیلی.
- حسینی، رفیق و سعیدی، فرهاد. (۱۴۰۰). مقایسه اثربخشی تدریس لایه به لایه و تدریس سنتی بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه ششم در درس ریاضی. پژوهش‌های برنامه‌ریزی درسی و آموزشی، ۱۱ (۱): ۷۱-۸۸.
- حسینی، نوجوان و سبحانی، نثار و خسروزاده، دلنیا. (۱۳۹۵). بررسی روش‌های تدریس درس ریاضی و ارائه راهکارهای برای بهبود آن. هفتمین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی و علوم اجتماعی، تهران.
- دشتکی، زینب (۱۳۹۸). روش‌های جدید و نوین تدریس و تأثیر آن بر یادگیری، چهارمین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در آموزش و پژوهش، محمودآباد، آموزش و پرورش مازندران.
- سعیدی، فرهاد و پورکریمی، جواد. (۱۴۰۱). تأثیر روش تدریس لایه به لایه بر پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان ابتدایی در مقایسه با روش‌های اکتشافی و برخط. فصلنامه روان‌شناسی تربیتی، ۱۸ (۶۵): ۱۰۷-۱۲۹.
- شعبانی، حسن. (۱۳۹۹). مهارت‌های تدریس (روش‌های فنون تدریس). تهران: سمت.
- عابدینیان، فخرالسادات (۱۳۹۸). مقایسه روش تدریس فعال و سنتی در یادگیری ریاضی، چهارمین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در آموزش و پژوهش، محمودآباد، آموزش و پرورش مازندران.
- عاشوری، جمال، و صفاریان، محمدرضا. (۱۳۹۳). مقایسه تأثیر روش‌های تدریس سکوسازی، حل مسئله و سنتی بر پیشرفت تحصیلی درس ریاضی. آموزش و ارزشیابی، ۷ (۲۶): ۷۵-۸۸.
- فیروزشاهی، فائزه و یافتیان، نرگس. (۱۳۹۹). تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه ششم بر اساس سواد ریاضی: نظریه و عمل در تربیت معلمان، ۶ (۹)، ۱۷-۱۰۸.
- قائدی، بتول؛ قلتاش، عباس؛ هاشمی، سید احمد و ماشینچی، علی اصغر. (۱۳۹۸). اثربخشی تدریس مبتنی بر ساختن گرای اجتماعی بر پیشرفت تحصیلی، تفکر انتقادی و انگیزش پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی. تدریس پژوهی، ۷ (۲): ۳۷-۵۳.
- محمودی، فیروز و صادقی، فرزانه. (۱۳۹۷). فراتحلیل اثربخشی روش‌های تدریس فعال بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان. مجله مطالعات آموزش و یادگیری، ۱۰ (۱): ۲۵-۵۵.
- مرادی، مسعود و فردانش، هاشم. (۱۳۹۰). مبانی و ویژگی‌های یک الگوی تدریس برای انواع دانش‌روش کاری. فصلنامه روان‌شناسی تربیتی، ۷ (۲۰): ۹۵-۱۳۰.
- ندرواژسارانی، سعید و کاردگر، ملیحه و هاشمی، سیده سارا. (۱۳۹۸). تأثیر روش‌های نوین و خلاقانه‌ی آموزشی در یادگیری ریاضی، چهارمین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در آموزش و پژوهش، محمودآباد.
- یافتیان، نرگس و احمدی، ساناز. (۱۴۰۱). بازنمایی‌های چندگانه در کتاب ریاضی پایه دهم نظری، نظریه و عمل در تربیت معلمان، ۸ (۱۴): ۱۴۱-۱۶۰.

References

- Abedinian, F. (2019). Comparison of active and traditional teaching methods in mathematics learning. 4th National Conference on New Approaches in Education and Research, Mahmoudabad, Mazandaran Education. [Persian]

- Adibneia, A., Mohajer, Y., and Sheikhpour, S. (2013). Comparison the effect of problem-solving and discovery teaching methods on the social problem-solving skills of female students. *Research in curriculum planning*, 10(2): 63-78. [Persian]
- Allahkaram, A., Maleki, H. and Babamoradi, A. (2014). Comparing Effectiveness of Corporative and Brainstorming Teaching Methods in Social Competency. *Educational Psychology*. 10(32): 55-79. [Persian]
- AlMutairi, A. N. M. (2015). The Effect of Using Brainstorming Strategy in Developing Creative Problem Solving Skills among Male Students in Kuwait: A Field Study on Saud Al-Kharji School in Kuwait City. *Journal of Education and Practice*, 6(3), 136-145.
- Andravazsarani, S., Kardgar, M. and Hashemi, S. S. (2019). The Impact of New and Creative Teaching Methods on Mathematical Learning, *Fourth National Conference on New Approaches to Education and Research*, Mahmoudabad. [Persian]
- Anto, R., Lasmawan, I. W., Parwati, N. P. Y., Suarsika, I. M. A., & Lase, I. P. S. (2024). Development of the Brainstorming, Exploring, Talking About, Applying (BETA) Learning Model to Improve Social Studies Students' Critical Thinking. *Yupa: Historical Studies Journal*, 8(1), 92-107.
- Ashoori, J. and Safarian, M. (2014). The effect of problem-solving teaching methods on the academic achievement of mathematics course, *National Conference on Curriculum Change in Education Courses*, Birjand. [Persian]
- Bracci, F. (2022). Creativity and educational practices. Towards a model of development of critical and creative skills. *Form@re - Open Journal per la formazione in rete*. <https://doi.org/10.36253/form-12955>
- Bromley, P. (2013). Active learning strategies for diverse learning styles: Simulations are only one method. *PS: Political Science & Politics*, 46(4), 818-822.
- Carlos, V., Reses, G., & Soares, S. C. (2024). Active learning spaces design and assessment: a qualitative systematic literature review. *Interactive Learning Environments*, 32(6), 2925-2942.
- Chand, S., Chaudhary, K., Prasad, A., & Chand, V. (2021). Perceived causes of students' poor performance in mathematics: A case study at Ba and Tavua secondary schools. *Frontiers in applied mathematics and statistics*, 7, 614408.
- Chen, J. (2007). Teachers' conceptions of excellent teaching in middle schools in the north of China. *Asia Pacific Education Review*, 8(2), 288-297.
- Dashtaki, Z. (2019). New and modern teaching methods and its effect on learning, *Fourth National Conference on New Approaches in Education and Research*, Mahmoudabad, Mazandaran Education. [Persian]
- Di Tommaso, M. L., Contini, D., De Rosa, D., Ferrara, F., Piazzalunga, D., & Robutti, O. (2024). Tackling the gender gap in mathematics with active learning methodologies. *Economics of Education Review*, 100, 102538.
- Dogani, B. (2023). Active learning and effective teaching strategies. *International Journal of Advanced Natural Sciences and Engineering Researches*, 7(4), 136-142.
- Doz, D., Cotič, M., & Cotič, N. (2024). Development of mathematical concepts through a problem-based approach in grade 3 primary school pupils. *International Journal of Instruction*, 17(3), 1-18.
- Emanet, E. A., & Kezer, F. (2021). The effects of student-centered teaching methods used in mathematics courses on mathematics achievement, attitude, and anxiety: a meta-analysis study. *Participatory Educational Research*, 8(2), 240-259. <http://dx.doi.org/10.17275/per.21.38.8.2>
- Firouzshahi, F and Yaftian, N. (2019). Content analysis of sixth grade math textbook based on mathematical literacy. Theory and practice in teacher training. 6(9). 78-108. [Persian]
- Fitzmaurice, O., O'Meara, N. and Johnson, P. (2021). Highlighting the Relevance of Mathematics to Secondary School Students – Why and How. *European Journal of STEM Education*, 6(1), 07. <https://doi.org/10.20897/ejsteme/10895>.

- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410–8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
- Ghaedi, B., Gholtash, A., Hashemi, S. A., and Mashinchi, A. A. (2020). The Effectiveness of Teaching Based on Social Constructivism on Academic Achievement, Critical Thinking, and Academic Achievement Motivation in Elementary Sixth Grade Students. *Journal of Teaching Reaserch*. 7(2): 37-53. [Persian]
- Gosavi, C. S., & Arora, S. (2022). Active learning strategies for engaging students in higher education. *Journal of Engineering Education Transformations*, 36(Special Issue 1).
- Habashi, M. B. (2018). Comparison of the effectiveness of brainstorming teaching methods, team members teaching, and traditional methods on students' sense of belonging to school. Master's thesis, Mohagheghi Ardabili University. [Persian]
- Harefa, D., & Hulu, F. (2024). Mathematics learning strategies that support Pancasila moral education: Practical approaches for teachers. *Afore: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 51-60.
- Hasani, R and Saeidi, F. (2021). Comparison of the effectiveness of Layer-by-layer and Traditional Teaching in Sixth Grade Students' Academic Achievement at Mathematics. *Journal of Curriculum Development and Educational Planning Research*. 11(1): 71-88. [Persian]
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of 800 meta-analyses on achievement*. London: Routledge.
- Hosseini, N., Nojavan, V., & Sobhani, N. (2016). Reviewing teaching methods of mathematics and providing solutions for improvement. Seventh International Conference on Psychology and Social Sciences, Tehran. [Persian]
- Khan, S. B. (2012). Preparation of Effective Teachers of Mathematics for Effective Teaching of Mathematics. *Journal of Educational and Instructional Studies in The World*, 2 (4): 82-88.
- Kivunja, C. (2015). *Exploring the Pedagogical Meaning and Implications of the 4Cs "Super Skills" for the 21 st Century through Bruner's 5E Lenses of Knowledge Construction to Improve Pedagogies of the New Learning Paradigm*. *Creative Education*, 06, 224-239. DOI:10.4236/CE.2015.62021
- Klimova, B. F. (2013). Developing Thinking Skills in the Course of Academic Writing. 3rd World Conference Learning, Teaching and Educational Leadership - WCLTA 2012.
- Lugosi, E., & Uribe, G. (2022). Active learning strategies with positive effects on students' achievements in undergraduate mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(2), 403-424.
- Mahmoudi, F. and Sadeghi, F. (2018). Meta-analysis of the effectiveness of active teaching methods on students' academic achievement. *Journal of Teaching and Learning Studies*. 10(1): 25-55. [Persian]
- Mainali, B. (2021). Representation in Teaching and Learning Mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(1), 1-21.
- Marzano, R. J. (2003). *What works in schools: Translating research into action?* Alexandria, VA: ASCD.
- Miller, W., R. and Miller, M. F. (2012). *Teaching guide in universities*. Translator: Vida Miri, Tehran: Samat.
- Moradi, M., & fardanesh, H. (2011). Foundations and characteristics of a teaching model for teaching procedural knowledge. *Educational Psychology*, 7(20), 95-130. doi: 10.22054/jep.2011.6036. [Persian]
- Nurkarim, A. W., Qonita, W., & Monterroza, D. (2023). The students mathematics motivation scale: a measure of intrinsic, extrinsic, and perceptions of mathematics. *International Journal on Teaching and Learning Mathematics*, 6(1), 42-51.

- Obafemi, K. E. (2024). Enhancing pupils' academic performance in mathematics using brainstorming instructional strategy. *ASEAN Journal of Science and Engineering Education*, 4(2), 99-106.
- Ottmar, E. R., Rimm-Kaufman, S. E., Larsen, R. A. & Berry, R. Q. (2015). Mathematical Knowledge for Teaching, Standards-Based Mathematics Teaching Practices, and Student Achievement in the Context of the Responsive Classroom Approach. *American Educational Research Journal*, 52, 4,787-821.
- Saeidi, F. and Pourkarimi, J. (2022). The effect of layer-by-layer teaching method on academic achievement in elementary students' mathematics course in comparison with exploratory and online methods. *Educational Psychology*, 18(65): 107-129. (in Persian).
- Sammons, P. Hillman, J. and Mortimore, P. (1995). *Key characteristics of effective schools. A review of school effectiveness research*. London: OFSTED.
- Santrock, J. W. (2008). *Educational Psychology*. New York, McGraw Hill.
- Shabani, H. (2020). *Teaching skills (methods of teaching techniques)*. Tehran: SAMT. [Persian]
- Sioncio, J., & Barbacena, L. (2021). Effects of Teaching through Problem-Solving (TtPS) on Students' Metacognition and Academic Performance. *Bicol University R & D Journal*, 24(2).
- Stone-MacDonald, A., Wendell, K., Douglass, A., Love, M. L., & Lopes, A. W. (2024). *Engaging young engineers: Teaching problem-solving skills through STEM*. Brookes Publishing Company. PO Box 10624, Baltimore, MD 21285.
- Tezer, M. and Karasel, N. (2010). Attitudes of pri-mary school 2nd and 3rd grade students towards mathematics course. *Journal of Proce-dia Social and Behavioral Sciences*, 2, 5808-5812.
- Vale, I., & Barbosa, A. (2023). Active learning strategies for an effective mathematics teaching and learning. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(3), 573-588. <https://doi.org/10.30935/scimath/13135>
- Valizadeh, M; Nami, K and Zakari. (2023). The Lived Experiences of Primary School Teachers from Implementing Opportunities of Lesson Research (a Case Study of Education and Training Office of the 1st District of Bandar Abbas City). *Theory and practice in teacher training*. 16(9). 1-25. [Persian]
- Velayati, E., Zaraii Zavaraki, E. and & Amirteimouri, M. H. (2013). The Effect of Educational Computer Games on Learning. *Retention and Academic Achievement Motivation among Female Students with Intellectual Disability*. [Persian]
- Whitney-Smith, R., Hurrell, D., & Day, L. (2022). The Role of Mathematics Education in Developing Students' 21st Century Skills, Competencies and STEM Capabilities. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Yaftian, N and Ahmadi, S. (2022). Multiple Representations in Mathematics Textbook of the 10th Grade. Theory and practice in teacher training. 8(14). 141-160. [Persian]
- Yeh, C. Y., Cheng, H. N., Chen, Z. H., Liao, C. C., & Chan, T. W. (2019). Enhancing achievement and interest in mathematics learning through Math-Island. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, 14, 1-19.