



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Learning mathematics through problem solving to solve real-world problems

Kaye Stacey¹, Abolfazl Rafiepour^{* 2}

¹ Emeritus Foundation Professor of mathematics education, Melbourne Graduate School of Education, University of Melbourne, Victoria, Australia.

² Associate Professor, Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran. & the Head of Mathematics Education Research Group, Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

ABSTRACT

Keywords

Mathematical problem solving, conceptual learning modeling problems, critical thinking, mathematics education

¹ .Corresponding author
✉ Rafiepour@uk.ac.ir

Received: 2025/05/24
Accepted: 2025/07/14

This article examines the role of problem solving in mathematics learning and shows that problem solving is not only an educational goal, but also an essential tool for deep and sustained learning of mathematical concepts. The present study, by reviewing the research literature, examined the role of problem solving, especially modeling problems, in mathematics learning. The findings show that problem solving leads to a deeper understanding of concepts, the development of higher-order thinking skills, increased student motivation, and the creation of a connection between mathematics and the real world. Also, the quality of problem design, the role of the teacher in guiding the problem-solving process, and the importance of diverse approaches in teaching problem solving are emphasized. The proposed approach is designed with the focus on teaching mathematical concepts through problem solving and the aim of developing problem-solving skills. This framework provides systematic solutions for integrating problem solving into the curriculum, which include a range of short-term activities (such as daily exercises) to long-term, multi-stage projects. The results show that implementing this approach requires changes in teaching methods, professional development of teachers, and reform of the evaluation system. Finally, it is suggested that more empirical research be conducted to examine the effect of problem solving on mathematics learning in different educational settings.

ISSN (Online): 2783- 4379

DOI: [10.48310/rme.2025.19539.1109](https://doi.org/10.48310/rme.2025.19539.1109)

Citation (APA): Stacey, K. Rafiepour, A. (2025). Learning mathematics through problem solving to solve real-world problems. *Research in Mathematics Education*, 5 (1), 1- 17.
 <https://doi.org/10.48310/rme.2025.19539.1109>



یادگیری ریاضی از طریق حل مسئله برای حل مسایل دنیای واقعی

مقاله پژوهشی / مروری

کی استیسی^۱، ابوالفضل رفیع پور^۲

۱ استاد بازنشسته برجسته دانشگاه ملیبورن استرالیا، ایالت ویکتوریا، استرالیا.

۲ دانشیار بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان و رییس گروه پژوهشی آموزش ریاضی، پژوهشکده ریاضی ماهانی، پژوهشگاه افصلی پور، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.

چکیده

این مقاله به بررسی نقش حل مسئله در یادگیری ریاضی پرداخته و نشان می‌دهد که حل مسئله نه تنها یک هدف آموزشی، بلکه ابزاری اساسی برای یادگیری عمیق و پایدار مفاهیم ریاضی است. پژوهش حاضر با مروری بر ادبیات تحقیق، نقش حل مسئله، به ویژه مسائل مدلسازی، را در یادگیری ریاضی بررسی کرده است. یافته‌ها نشان می‌دهند که حل مسئله باعث درک عمیق‌تر مفاهیم، توسعه مهارت‌های تفکر مرتبه بالا، افزایش انگیزه دانش‌آموزان و ایجاد پیوند بین ریاضیات و دنیای واقعی می‌شود. همچنین، کیفیت طراحی مسائل، نقش معلم در هدایت فرآیند حل مسئله، و اهمیت رویکردهای متنوع در آموزش حل مسئله مورد تأکید قرار گرفته است. رویکرد پیشنهادی با محوریت آموزش مفاهیم ریاضی از طریق حل مسئله و با هدف توسعه مهارت‌های حل مسئله طراحی شده است. این چارچوب، راهکارهایی نظام‌مند برای ادغام حل مسئله در برنامه درسی ارائه می‌دهد که طیفی از فعالیت‌های کوتاه‌مدت (مانند تمرین‌های روزانه) تا پروژه‌های بلندمدت و چندمرحله‌ای را دربرمی‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که اجرای این رویکرد نیازمند تغییر در شیوه‌های تدریس، توسعه حرفه‌ای معلمان و اصلاح نظام ارزشیابی است. در نهایت، پیشنهاد می‌شود که پژوهش‌های تجربی بیشتری برای بررسی تأثیر حل مسئله بر یادگیری ریاضی در شرایط مختلف آموزشی انجام گیرد.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه‌های کلیدی

حل مسئله ریاضی، یادگیری مفهومی مسائل مدلسازی، تفکر انتقادی، آموزش ریاضی

۱. نویسنده مسئول

Rafiepour@uk.ac.ir ✉

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۳/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۲۴

شماره صفحات: ۱۷ - ۱

DOI: [10.48310/rme.2025.19539.1109](https://doi.org/10.48310/rme.2025.19539.1109)

شاپا الکترونیکی: ۴۳۷۹ - ۲۷۸۳

OPYRIGHTS



©2025 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

۱- مقدمه

ریاضیات به عنوان یکی از ارکان اساسی نظام آموزشی دوره ابتدایی، نقشی فراتر از آموزش محاسبات پایه ایفا می‌کند. این دانش، ابزاری ضروری برای پرورش تفکر منطقی، تحلیل مسائل پیچیده و تصمیم‌گیری آگاهانه در زندگی روزمره است (شورای ملی معلمان ریاضی^۱، ۲۰۰۰). در دنیای امروز که تغییرات سریع فناوری و پیچیدگی‌های اجتماعی، نیازمند شهروندانی با مهارت‌های شناختی پیشرفته است، آموزش ریاضیات به شیوه‌ای اثربخش بیش از هر زمان دیگری اهمیت یافته است. با این حال، رویکردهای سنتی آموزش ریاضی که بر انتقال یک‌طرفه مفاهیم، تکرار تمرین‌های تکراری و تأکید بر حفظ فرمول‌ها استوارند، نه تنها نتوانسته‌اند علاقه دانش‌آموزان را به ریاضیات جلب کنند، بلکه در ایجاد درک عمیق و کاربردی از مفاهیم نیز ناکام مانده‌اند (اسفارد^۲، ۱۹۹۸).

در بسیاری از کشورها، مهارت حل مسئله به عنوان یکی از اهداف محوری برنامه درسی ریاضی معرفی شده است (گریسر و همکاران^۳، ۲۰۲۲؛ فلمر و همکاران^۴، ۲۰۱۶). این مهارت همچنین در چارچوب‌های جهانی مانند مهارت‌های قرن بیست و یکم، جایگاهی ویژه دارد. با این حال، شواهد پژوهشی نشان می‌دهد که در عمل، آموزش این مهارت در کلاس‌های درس به صورت محدود و غیرسیستماتیک انجام می‌شود (دورمن و همکاران^۵، ۲۰۰۷). مطالعات پیشین در حوزه آموزش ریاضی بیانگر آن هستند که معلمان اغلب تمرکز کمی بر آموزش نحوه و چرایی استفاده از راهبردهای حل مسئله دارند (دپیپ و همکاران^۶، ۲۰۱۰؛ دیگنث و بوت^۷، ۲۰۱۸)، همچنین، معلمان برای تلفیق مؤثر حل مسئله در فرآیند تدریس به حمایت‌های بیشتری نیازمندند (دیگنث و بوت^۷، ۲۰۱۸).

در این زمینه، پژوهش‌های متعددی نشان می‌دهند که دانش‌آموزان اغلب مفاهیم ریاضی را به صورت مجزا و انتزاعی می‌آموزند، بدون آنکه بتوانند ارتباطی بین این مفاهیم و کاربردهای واقعی آن در زندگی بیابند (بولر^۸، ۱۹۹۳). برای نمونه، بسیاری از دانش‌آموزان قادرند مسائل استاندارد کتاب‌های درسی را حل کنند، اما هنگام مواجهه با مسئله‌ای که نیازمند تفکر انعطاف‌پذیر یا ترکیب چند مفهوم است، دچار سردرگمی می‌شوند (شونفیلد^۹، ۱۹۹۸). در پاسخ به این چالش‌ها، پارادایم جدیدی در آموزش ریاضیات شکل گرفته است که حل مسئله را نه به عنوان یک مهارت جنبی، بلکه به عنوان هسته مرکزی فرایند یادگیری مورد توجه قرار می‌دهد (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۱۴). این رویکرد ریشه در نظریه‌های یادگیری سازنده‌گرا دارد که بر فعال‌سازی نقش دانش‌آموز در ساخت دانش تأکید می‌کنند. بر اساس دیدگاه پیاژه^{۱۰} (۱۹۷۰)، یادگیری زمانی رخ می‌دهد که فرد در تعامل فعال با محیط، مفاهیم را دستکاری کرده و از طریق آزمون و خطا به بازسازی شناختی دست بزنند. در این چهارچوب، حل مسئله فرصتی است برای دانش‌آموزان تا مفاهیم ریاضی را نه به صورت منفعلانه، بلکه از طریق درگیری عملی با مسائل معنادار بیاموزند.

راهبردهای یادگیری ریاضیات به طور چشمگیری در چند دهه گذشته تحول یافته‌اند و به تدریج از تمرکز صرف بر اصول و فرمول‌ها به سمت رویکردهای تعاملی و مسئله‌محور حرکت کرده‌اند. یکی از رویکردهای کلیدی در این تحول، یادگیری از طریق حل مسئله است که بر اساس آن دانش‌آموزان با درگیر شدن در مسائل واقعی و اجتماعی، توانایی‌های خود را در درک مفاهیم ریاضی تقویت می‌کنند. در این راستا، حل مسئله نه تنها به عنوان یک هدف نهایی بلکه به عنوان یک ابزار آموزشی حیاتی در نظر گرفته می‌شود که می‌تواند به تقویت کلمات و تفکرات ریاضی دانش‌آموزان کمک کند. گانیه^{۱۱} (۱۹۸۵) در طبقه‌بندی سلسله‌مراتبی خود از انواع یادگیری، حل مسئله را به عنوان

¹ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

² Sfard

³ Graesser et al

⁴ Felmer et al

⁵ Dorman et al

⁶ Depaepe

⁷ Dignath & Büttner

⁸ Boaler

⁹ Schoenfeld

¹⁰ Piaget

¹¹ Gagné,

عالی‌ترین سطح یادگیری معرفی می‌کند. از نظر وی، حل مسئله صرفاً به معنای به‌کارگیری دانش قبلی در موقعیت‌های آشنا نیست، بلکه فرایندی خلاقانه است که در آن یادگیرنده با ترکیب قوانین و مفاهیم آموخته‌شده، به راه‌حل‌های نوآورانه دست می‌یابد. این فرایند نه تنها به حل مسئله منجر می‌شود، بلکه خود موجب تقویت درک مفهومی و ایجاد ارتباطات جدید بین ایده‌ها می‌گردد. به‌تازگی، رویکردهای نوین در آموزش ریاضی، نقش فعالی برای دانش‌آموزان در فرآیند یادگیری قائل شده‌اند. در این رویکردها، حل مسئله به‌عنوان قلب تپنده آموزش ریاضی شناخته می‌شود (شونفیلد، ۲۰۱۶). این دیدگاه به ما می‌آموزد که حل مسئله فقط یک هدف نهایی نیست، بلکه ابزاری است که به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا درکی قوی و عمیق از مفهوم ریاضی پیدا کنند (لستر^۱، ۲۰۱۳). اهمیت این رویکرد زمانی آشکار می‌شود که آن را در پرتو نظریه‌های اجتماعی-فرهنگی ویگوتسکی^۲ (۱۹۷۸) بررسی کنیم. بر اساس این دیدگاه، یادگیری در بستر تعاملات اجتماعی و از طریق مشارکت در فعالیت‌های جمعی شکل می‌گیرد. هنگامی که دانش‌آموزان به صورت گروهی بر روی حل مسئله‌ای کار می‌کنند، نه تنها از راهنمایی همسالان و معلم بهره می‌برند، بلکه با به اشتراک گذاشتن استراتژی‌های متفاوت، به درک چندبعدی از مفاهیم دست می‌یابند. برای مثال، بررسی الگوهای ضرب در قالب فعالیت‌های گروهی، این امکان را فراهم می‌کند که دانش‌آموزان با سبک‌های مختلف یادگیری (دیداری، شنیداری، حرکتی) درگیر شوند و از طریق گفت‌وگوهای هدفمند، مفاهیم را عمیقاً درک کنند.

در ادبیات پژوهشی بر اهمیت ایجاد یک محیط کلاسی تأکید شده است که در آن دانش‌آموزان به‌طور همکاری کار کرده، تفکر خود را توضیح دهند و از یکدیگر می‌آموزند. این رویکرد با نظریه‌های یادگیری ساخت‌گرا همخوانی دارد که بر اساس آن، دانش از طریق تعامل اجتماعی و بحث ساخته می‌شود. نقش معلم در این روش بسیار حیاتی است. معلمان باید مهارت‌هایی در شناسایی فرصت‌ها، طراحی مسائل دنباله‌دار و راهنمایی دانش‌آموزان داشته باشند. این ممکن است نیازمند آموزش و توسعه حرفه‌ای باشد، به‌خصوص برای استفاده از روش‌هایی مانند مطالعه درس ژاپنی‌ها. در این روش، معلم با هم همکاری کرده تا برای برنامه‌ریزی، مشاهده و بازتاب درس‌ها اقدام کنند.

هدف این مقاله، بررسی نقش حل مسئله به عنوان ابزاری تحول‌آفرین در آموزش ریاضیات است. همچنین می‌تواند دیدگاه‌هایی عمیق و جامعی در مورد یادگیری ریاضیات از طریق حل مسئله و مدل‌سازی ارائه دهد و به شما در درک بهتر این حوزه کمک کند. در پژوهش حاضر، پرسش اصلی زیر هدایت‌گر بحث‌ها است.

• چگونه می‌توان از حل مسئله به عنوان محور اصلی آموزش ریاضیات برای ایجاد درک عمیق، تقویت تفکر انتقادی و افزایش انگیزه یادگیری در دانش‌آموزان استفاده کرد؟

۲- پیشینه پژوهش

رویکرد حل مسئله در آموزش ریاضی به عنوان یکی از استراتژی‌های آموزشی مؤثر، مزایای متعددی را برای دانش‌آموزان به ارمغان می‌آورد که می‌تواند تأثیرات عمیقی بر فرآیند یادگیری و پیشرفت آنان داشته باشد. این رویکرد به تقویت مهارت‌های تفکر انتقادی و استدلال کمک می‌کند و توانایی دانش‌آموزان را در تفکر خلاقانه، انتقادی و منطقی توسعه می‌دهد. تحقیقات نشان می‌دهد که این روش به پرورش مهارت‌های تحلیلی و ظرفیت دانش‌آموزان در سازمان‌دهی و پردازش اطلاعات کمک می‌کند (شونفیلد، ۲۰۱۶). تحول حل مسئله ریاضی به‌عنوان روشی برای آموزش ریاضیات، به‌طور قابل‌توجهی در طول زمان پیشرفت کرده است. در شیوه‌های آموزشی اولیه، ریاضیات عمدتاً به‌عنوان یک رشته متمرکز بر حفظ رویه‌ها و الگوریتم‌ها در نظر گرفته می‌شد. با این حال، این دیدگاه با شناسایی اهمیت درک مفاهیم پایه‌ای عملیات ریاضی و تکنیک‌های حل مسئله توسط مربیان، تغییر یافت. یکی از لحظات محوری در تاریخ آموزش ریاضیات در قرن نوزدهم رخ داد، زمانی که مربیان شروع به حمایت از رویکردی مفهومی‌تر در آموزش ریاضیات

¹ Lester

² Vygotsky

کردند. شخصیت‌های تأثیرگذاری مانند آنری پوانکاره^۱ بر اهمیت حل مسئله به عنوان ابزاری برای درگیر کردن دانش‌آموزان و تقویت درک عمیق‌تر اصول ریاضی تأکید داشتند. دیدگاه‌های او به افزایش شناخت این موضوع کمک کرد که تفکر ریاضی تنها شامل محاسبات نیست، بلکه شامل توانایی استدلال انتزاعی و کمی نیز می‌شود (پوانکاره، ۱۹۰۸).

چارچوب شهودی^۲ حل مسئله که اولین بار توسط جورج پولیا در سال ۱۹۴۵ معرفی شد، بر پایه چهار گام اساسی استوار است: ابتدا باید مسئله به طور کامل درک شود، سپس با طراحی یک طرح مناسب راهبرد آل ترسیم گردد، در مرحله بعد آن طرح اجرا شده و سرانجام نتیجه به دست آمده مورد بازنگری قرار گیرد. در سده بیستم، پژوهشگران آموزشی با الهام از این رویکرد ساختاریافته، مفهوم حل مسئله در ریاضیات را گسترش دادند و برنامه‌های درسی جدیدی تدوین کردند که به جای صرفاً حفظ فرمول‌ها و روش‌ها، بر تقویت مهارت‌های تحلیلی و خلاقیت دانش‌آموزان در مواجهه با مسائل واقعی تمرکز دارند. در اواخر قرن بیستم و اوایل قرن بیست و یکم، تأکید بر حل مسئله در آموزش ریاضی تحت تأثیر نظریه‌های سازنده‌گرایی افزایش یافت که یادگیری را به عنوان فرایندی فعال و زمینه‌محور در نظر می‌گیرند همچنین رویکردهای گروهی را برای مواجهه با چالش‌های پیچیده ریاضی ترویج داده است. امروزه، معلمان تشویق می‌شوند که محیط‌هایی ایجاد کنند که در آن دانش‌آموزان بتوانند استراتژی‌های مختلف را بررسی کنند، در بحث‌ها شرکت کنند و از طریق حل مسئله، درک عمیقی از مفاهیم ریاضی کسب کنند (هالاوا و هارفا^۳، ۲۰۲۴). در نتیجه، آموزش ریاضیات مدرن با مجموعه متنوعی از استراتژی‌های آموزشی مشخص می‌شود که حل مسئله را در اولویت قرار می‌دهند و هدف آن تجهیز دانش‌آموزان به مهارت‌های لازم برای حل چالش‌های ریاضی در دنیای واقعی است. این تحول نشان‌دهنده درک گسترده‌تری از ریاضیات به عنوان یک حوزه پویای تحقیق است که نیازمند تفکر انتقادی و خلاقیت است. در میان چارچوب‌های نظری مهم در حوزه‌ی آموزش حل مسئله، طبقه‌بندی توماس شرودر و فرانک لستر (۱۹۸۹) جایگاه ویژه‌ای دارد. این دو پژوهشگر سه رویکرد اساسی برای آموزش ریاضی بر پایه حل مسئله را معرفی کردند.

- رویکرد اول: آموزش برای حل مسئله؛
- رویکرد دوم: آموزش درباره حل مسئله؛
- رویکرد سوم: آموزش از طریق حل مسئله.

در رویکرد نخست، محوریت با انتقال دانش و آموزش مفاهیم و الگوریتم‌های ریاضی است و مسئله‌ها تنها ابزاری برای تمرین و تثبیت یادگیری محسوب می‌شوند. این شیوه همان الگویی است که سال‌ها در کلاس‌های درس سنتی رایج بوده است؛ جایی که معلم ابتدا مفاهیم را توضیح می‌دهد و سپس از دانش‌آموزان می‌خواهد با تمرین‌های تکراری، تسلط پیدا کنند. در رویکرد دوم، تمرکز از «محتوا» به «فرآیند» منتقل می‌شود؛ یعنی به جای آموزش مفاهیم، به آموزش استراتژی‌ها و گام‌های حل مسئله پرداخته می‌شود. الگوی کلاسیک پولیا (۱۹۴۵) شامل مراحل درک مسئله، طرح نقشه، اجرا و بازبینی، مصداق بارز این دیدگاه است. در نظام آموزشی ایران، همین رویکرد دوم در دهه‌های اخیر در کتاب‌های درسی بازتاب یافته است؛ اما شواهد بین‌المللی مانند مطالعات تیمز^۴ و پژوهش‌های داخلی نشان داده‌اند که این روش به تنهایی نتوانسته است به بهبود معنادار در تفکر ریاضی دانش‌آموزان منجر شود. نکته‌ی جالب آن است که این رویکرد در دهه ۱۹۸۰ نیز در برنامه‌ی درسی ریاضی ایالات متحده آزموده شد و به دلیل ضعف در ایجاد درک عمیق، کنار گذاشته شد. در رویکرد سوم یعنی «آموزش از طریق حل مسئله»، که امروزه در پژوهش‌های نوین آموزش ریاضی و در نظام‌های آموزشی پیشرو مانند ژاپن به کار گرفته می‌شود (اسیگلر و هیبرت^۵، ۱۹۹۹)، بر این باور است که

¹ Poincaré

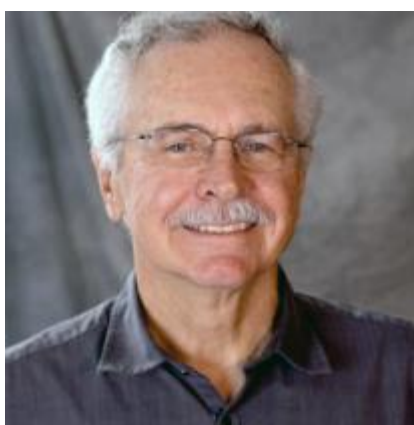
² Heuristic

³ Halawa & Harefa

⁴ TIMSS

⁵ Stigler & Hiebert

یادگیری واقعی زمانی رخ می‌دهد که دانش‌آموز درگیر حل مسائل باز، چالش‌برانگیز و معنادار شود. در این شیوه، مسئله نه ابزار تمرین، بلکه بستر یادگیری مفاهیم جدید است و معلم نقش تسهیل‌گر و هدایت‌گر را برعهده دارد. این رویکرد با یافته‌های جدید در حوزه یادگیری اکتشافی و ساخت‌گرایی اجتماعی نیز هم‌خوانی دارد. در سخنرانی کلیدی نوزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران که توسط پروفیسور کی استیسی، استاد برجسته دانشگاه ملبورن ارائه شد، ضمن تأکید بر اهمیت رویکرد سوم، نوع چهارمی از آموزش بر پایه حل مسئله معرفی شد که در آن، مسائل در ارتباط تنگاتنگ با موقعیت‌های واقعی زندگی و زمینه‌های میان‌رشته‌ای طراحی می‌شوند. این نگاه به «حل مسئله در بستر دنیای واقعی» گامی فراتر از مدل شرودر و لستر است و به مفهوم مدلسازی ریاضی نزدیک می‌شود. لازم به ذکر است که خود لستر (شکل ۱) در سال ۲۰۱۳ نیز در مقاله‌ای با عنوان «تأملی بر پژوهش در آموزش مسئله‌خوانی ریاضی»^۱ به اهمیت پیوند میان آموزش ریاضی، تفکر ریاضی و مسائل دنیای واقعی اشاره کرده و بر ضرورت تقویت بعد «مدلسازی» در آموزش از طریق حل مسئله تأکید نموده است.



شکل ۱. فرانک لستر، استاد ممتاز دانشگاه ایندیانا بلومینگتون^۲

در ادامه یادگیری از طریق حل مسئله با جزئیات بیشتری شرح داده خواهد شد. رویکرد یادگیری ریاضیات از طریق حل مسئله شامل فرآیندهای شناختی مختلف و راهبردهای آموزشی است که با هدف افزایش مهارت‌های حل مسئله دانش‌آموزان طراحی شده‌اند. این چارچوب را می‌توان به چندین مؤلفه اصلی تقسیم کرد که پیاده‌سازی برنامه‌های درسی مؤثر در حل مسئله را راهنمایی می‌کنند. در پیشینه پژوهش آموزش ریاضیات از طریق حل مسئله، دیدگاه‌های متنوعی مطرح شده‌اند که هر یک به شیوه‌ای خاص به تبیین فرآیند یادگیری می‌پردازند. این دیدگاه‌ها، از جمله رویکردهای سازنده‌گرایی، موقعیتی و شناختی، به همراه مدل‌های کلاسیک حل مسئله، نقش مهمی در شکل‌گیری روش‌های نوین آموزشی ایفا کرده‌اند.

رویکرد سازنده‌گرایی بر این باور استوار است که یادگیری فرآیندی فعال و پویاست؛ بدین معنا که دانش‌آموزان با تکیه بر دانش پیشین خود و از طریق تعامل با محیط و تجربیات عملی، مفاهیم جدید را می‌سازند. در این چارچوب، حل مسئله نه تنها به عنوان ابزاری برای یافتن پاسخ صحیح، بلکه به عنوان فرآیندی تحلیلی برای بازسازی و درک عمیق‌تر مفاهیم ریاضی تلقی می‌شود. لستر (۱۹۹۴) تأکید می‌کند که این رویکرد موجب تقویت مهارت‌های تفکر انتقادی و خلاقیت در دانش‌آموزان می‌شود، چرا که آن‌ها را با چالش‌های واقعی مواجه می‌سازد و به کارگیری استراتژی‌های متنوع حل مسئله را ترغیب می‌کند.

دیدگاه موقعیتی، یادگیری را فرآیندی اجتماعی و مرتبط با بسترهای واقعی می‌داند. براون، کالینز و دوگید^۳

¹ Thoughts About Research on Mathematical Problem-Solving Instruction

² Indiana University Bloomington

³ Brown, Collins & Duguid

(۱۹۸۹) معتقدند که یادگیری زمانی مؤثرتر است که در زمینه‌های واقعی و معنادار صورت گیرد. در این رویکرد، مسائل ریاضی به گونه‌ای طراحی می‌شوند که با موقعیت‌های واقعی زندگی ارتباط مستقیم داشته باشند، مانند مدیریت بودجه یا برنامه‌ریزی سفر. این شیوه باعث می‌شود دانش‌آموزان تئوری‌های ریاضی را در عمل مشاهده و به کار گیرند، که این امر به درک عمیق‌تر مفاهیم و افزایش انگیزه یادگیری منجر می‌شود.

رویکرد شناختی بر فرآیندهای ذهنی درگیر در یادگیری تأکید دارد و به بررسی نحوه پردازش اطلاعات توسط ذهن می‌پردازد. از منظر این دیدگاه، حل مسئله یک فرآیند پیچیده است که شامل دریافت، پردازش، ذخیره و بازیابی اطلاعات می‌شود. شونفیلد (۱۹۸۵) بر اهمیت فراشناخت در حل مسئله تأکید دارد و بیان می‌کند که دانش‌آموزان باید از فرآیندهای فکری خود آگاه باشند و توانایی نظارت و تنظیم این فرآیندها را داشته باشند. این آگاهی به آن‌ها کمک می‌کند تا در مواجهه با چالش‌های پیچیده، راه‌حل‌های مناسبی ارائه دهند. در کنار این دیدگاه‌ها، مدل‌های کلاسیک حل مسئله نیز نقش بسزایی در آموزش ریاضیات داشته‌اند. یکی از این مدل‌ها، مدل چهار مرحله‌ای جورج پولیا است که شامل مراحل درک مسئله، طرح‌ریزی، اجرا و بازنگری می‌باشد. این چارچوب به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا با پیروی از یک ساختار منظم و منطقی، به تحلیل و حل مسائل بپردازند. شونفیلد و لستر نیز بر اهمیت فراشناخت و نگرش‌های دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات تأکید دارند و معتقدند که این عوامل می‌توانند تأثیر قابل توجهی بر توانایی آن‌ها در مواجهه با مسائل داشته باشند.

مطالعات اخیر نشان می‌دهند که بهره‌گیری از استراتژی‌های جستجو برای تحلیل و بازنمایی مسائل، هرچند تضمینی برای یافتن پاسخ صحیح نیست، اما به‌طور قابل توجهی احتمال موفقیت را افزایش می‌دهد (فرشافل^۱، ۲۰۲۰). در آموزش ریاضی، اصطلاح «اکتشافی» به‌ویژه تحت تأثیر فهرست راهبردهای حل مسئله پولیا (۱۹۴۵) قرار گرفته است (همچنین کیل‌پاتریک^۲، ۱۹۸۷). اکتشافات می‌توانند در سطوح مختلفی از مشخص‌بودن تعریف شوند؛ هرچه دقیق‌تر فرمول‌بندی شوند، احتمال موفقیت بیشتر است، اما کاربرد آن‌ها محدودتر می‌شود. برخی راهبردهای اکتشافی دارای کاربرد وسیع‌تری هستند. به عنوان مثال، تغییر نمایش مسئله از فرم جبری به نمودار یا جدول، یکی از راهبردهای مؤثر معرفی شده توسط زیمرمن^۳ (۲۰۱۶) است. همچنین، استفاده از طرح‌ها، تقسیم مسئله به زیرمسئله‌ها، و بررسی مثال‌های عددی ساده از دیگر روش‌های اکتشافی سودمند به شمار می‌روند (فرشافل و همکاران، ۲۰۲۰). علاوه بر این، بخشی از فرآیند حل مسئله به بهره‌گیری از مهارت‌های فراشناختی و خودتنظیمی مرتبط است (فرشافل و همکاران، ۲۰۲۰؛ دیسوت و دیگرین^۴، ۲۰۱۹؛ دیگنث و بوتنر^۵، ۲۰۱۸). گرچه اکتشافات و فراشناخت ارتباط نزدیکی دارند (کیل‌پاتریک، ۱۹۸۷)، اما فراشناخت به توانایی برنامه‌ریزی، نظارت و ارزیابی استفاده از دانش و راهبردهای شناختی اشاره دارد (کوینگلی و همکاران^۵، ۲۰۱۸). مثال‌هایی از کاربرد فراشناخت شامل ارزیابی دانش فردی درباره‌ی مسئله، برنامه‌ریزی زمان و نحوه‌ی استفاده از راهبردها، پایش پیشرفت در حل مسئله، و بررسی میزان اثربخشی رویکرد انتخابی است. از آن‌جا که فراشناخت به لایه‌های بالاتر شناخت مرتبط است، این مهارت‌ها به‌طور مستقیم بر استفاده مؤثر از دانش ریاضی تأثیر می‌گذارند.

نتایج مطالعه پیزا^۶ در سال ۲۰۱۲ (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی^۷، ۲۰۱۳) نیز بیانگر آن است که یکی از مؤلفه‌های کلیدی حل مسئله، علاقه‌مندی و تمایل به مواجهه با چالش‌هاست. در مقابل، باورهای نادرستی همچون «همه‌ی مسائل باید در کمتر از پنج دقیقه حل شوند» یا «فقط یک راه‌حل درست وجود دارد» می‌توانند مانع از تفکر

¹ Verschaffel

² Kilpatrick

³ Zimmermann

⁴ De Soete, A., and De Craene

⁵ Quigley et al

⁶ PISA

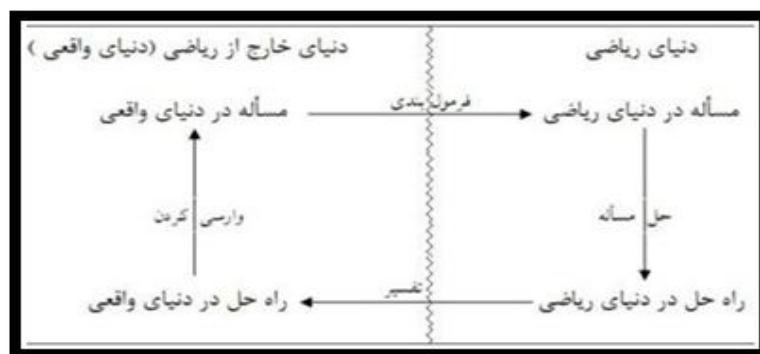
⁷ (Organisation for Economic Co-operation and Development) OECD

خلاق شوند (لستر و کای^۱، ۲۰۱۶؛ شونفیلد، ۲۰۱۳). ادبیات پژوهشی پیشنهاد می‌کند که برای ارتقاء توجه به حل مسئله در آموزش ریاضی، باید این مهارت نه به عنوان یک موضوع مستقل، بلکه به عنوان بخش یکپارچه‌ای از برنامه درسی در تمام سطوح ریاضی تلقی شود (لستر و کای، ۲۰۱۶). بر اساس دیدگاه کای (۲۰۱۰)، معلمان باید دانش‌آموزان را در انواع فعالیت‌های حل مسئله مشارکت دهند: از جمله یافتن چندین راه حل برای یک مسئله، طراحی مسئله، ارائه استدلال و تعمیم‌یابی. همچنین، استفاده مؤثر از راهبردهای اکتشافی و فراشناختی از طریق آموزش مستقیم، الگوسازی توسط معلم، تشویق به استفاده در مباحث کلاسی، و ارائه بازخورد قابل تقویت است (کویگلی و همکاران، ۲۰۱۸).

در مجموع، این دیدگاه‌ها و مدل‌ها نشان می‌دهند که آموزش ریاضیات از طریق حل مسئله، فرایندی پویا و چندوجهی است که شامل ساخت دانش از طریق تعامل با محیط، استفاده از بسترهای واقعی و به کارگیری مهارت‌های شناختی و فراشناختی می‌باشد. پژوهش‌های متعدد در این حوزه، از جمله آثار لستر (۱۹۹۴)، براون، کالینز و همکاران (۱۹۸۹)، شونفیلد (۱۹۸۵)، پولیا (۱۹۴۵) و شرودر و لستر (۱۹۸۹)، اهمیت این رویکرد را در تقویت مهارت‌های حل مسئله و توسعه تفکر انتقادی در دانش‌آموزان تأیید می‌کنند.

مدل‌سازی و مسائل دنیای واقعی

چشم‌اندازهای مدل‌سازی نقش مهمی در فرآیند یادگیری ایفا می‌کنند. فعالیت‌های مدل‌سازی به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا موقعیت‌های دنیای واقعی را از نظر ریاضی تفسیر کنند. این روش، درک و کاربرد مفاهیم ریاضی را از طریق شناسایی الگوها، قوانین و ارتباطات ریاضی تقویت می‌کند. در چرخه فرآیند مدل‌سازی که ابتدا توسط ورشافل (۲۰۰۲) و سپس کیزر و شوارتز^۲ (۲۰۰۶) معرفی شد، این فرآیند با یک مسئله در دنیای واقعی شروع می‌شود. سپس، مسئله دنیای واقعی به یک مسئله ریاضی در دنیای ریاضی تبدیل می‌شود (صورت‌بندی). این مسئله در دنیای ریاضی حل شده و در ادامه، جواب به دست آمده در دنیای ریاضی به دنیای واقعی منتقل می‌شود تا با زمینه واقعی مسئله متناسب گردد (تفسیر). در پایان، جواب به دست آمده با موقعیت واقعی مسئله مقایسه می‌گردد تا در صورت لزوم، این چرخه مدل‌سازی تکرار شود (واریسی کردن). به منظور درک بهتر این فرآیند، اجزای آن در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲. چرخه فرایند مدل‌سازی (ورشافل، ۲۰۰۲؛ کیزر و شوارتز، ۲۰۰۶)

در روند یادگیری ریاضیات، نگاه مدل‌سازی نقش بی‌بدیلی ایفا می‌کند؛ چرا که از طریق فعالیت‌های مدل‌سازی، دانش‌آموزان می‌آموزند چگونه موقعیت‌های واقعی را به زبان ریاضی تبدیل کنند و با شناسایی الگوها و روابط، درک و کاربرد مفاهیم را تعمیق بخشند. در کنار این رویکرد، پافشاری در مواجهه با مشکلات و درک عمیق مسائل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ یادگیرنده باید توانایی ترجمه موقعیت‌های مسئله‌ای به نمادهای ریاضی را داشته باشد و معنای

¹ Lester & Cai

² Kaiser & Schwarz

مفهومی آن نمادها را فرا گیرد تا بتواند میان دنیای واقعی و جهان انتزاعی ریاضیات ارتباط برقرار سازد. این توانایی نه تنها در حل مسأله، بلکه در ارتقای انگیزه و مشارکت فعال دانش‌آموزان نیز موثر است. یادگیری مبتنی بر مسائل دنیای واقعی، فرایندی است که در آن دانش‌آموزان با کاربرد مدل‌سازی ریاضی می‌توانند تئوری‌ها را در زمینه‌های ملموس تجربه کنند و از این طریق مهارت‌های حل مسئله و تفکر انتقادی خود را تقویت نمایند. مسائلی مانند مدیریت بودجه یا برنامه‌ریزی سفر، علاوه بر افزایش انگیزه، درک عمیق‌تری از ارتباط بین مفاهیم انتزاعی و کاربردهای روزمره فراهم می‌آورند. از سوی دیگر، روش‌های کاوشی و اکتشافی، با بهره‌گیری از ابزارهایی مثل نمودارسازی و تمثیل‌های بصری و راهبردهایی همچون کار به عقب و تشخیص الگو، به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا فراتر از رویه‌های روتین بیندیشند و راه‌حل‌های نوآورانه تولید کنند. آموزش این روش‌ها در چهار مرحله آشنایی شهودی، کسب راهبردهای صریح، تمرین هدفمند و گسترش کاربردها، محیطی فراهم می‌آورد که در آن پرسشگری و خودتنظیمی یادگیرندگان به‌طور طبیعی رشد می‌یابد.

یکی از چالش‌های اساسی در نظام آموزشی، محدودیت موجود در محتوای کتاب‌های درسی ریاضی برای تقویت مهارت‌های حل مسئله است. برای مثال در پژوهش رفیع‌پور (۱۳۹۱) نقش کمرنگ مسائل مدل‌سازی در کتاب درسی آشکار شد و همچنین پژوهش‌های دیگری نشان می‌دهند که در مدارس هلند، کتاب‌های درسی ریاضی در مقاطع ابتدایی و متوسطه فرصت‌های اندکی برای پرداختن به مسائل باز، غیرروتین و خلاقانه فراهم می‌کنند (دورمن و همکاران، ۲۰۰۷؛ ون زانتان و وندن هیول^۱، ۲۰۱۸). این محدودیت‌ها سبب می‌شود که دانش‌آموزان کمتر با موقعیت‌های واقعی یا چالش‌برانگیز مواجه شوند که نیازمند به‌کارگیری تفکر انتقادی و خلاقانه باشند. از سوی دیگر، طراحی و تدوین تکالیفی که ابعاد اصیل، متنوع و خلاقانه حل مسئله را دربرگیرد، برای بسیاری از معلمان دشوار و زمان‌بر است (هوریگان و لیوی^۲، ۲۰۲۲). این امر نه تنها مانع از توسعه‌ی عمیق‌تر مهارت‌های حل مسئله در دانش‌آموزان می‌شود، بلکه ممکن است انگیزه و مشارکت آن‌ها در یادگیری ریاضی را نیز کاهش دهد. بر این اساس، به نظر می‌رسد چارچوب‌های نظری مبتنی بر حل مسئله که بر درک مفهومی، انتخاب رویکردهای متنوع و پافشاری در برابر چالش‌ها تأکید دارند، می‌توانند نقش مهمی در ارتقای کیفیت آموزش ریاضی ایفا کنند. به‌کارگیری مؤلفه‌هایی همچون مدل‌سازی ریاضی، راهبردهای اکتشافی و روش‌های خلاق در حل مسئله، می‌تواند به درک عمیق‌تر مفاهیم، افزایش مشارکت و انگیزه در دانش‌آموزان منجر شود.

بنابراین پژوهش‌های انجام‌شده از اواسط سده بیستم تاکنون روندی را نشان می‌دهد که از تأکید صرف بر فرایندهای حل مسئله به هم‌پیوستگی ابعاد شناختی، عاطفی و فناورانه گرایش یافته است. از مطالعات بنیادینی که راهبردهای حل مسئله را مورد بررسی قرار دادند (پولیا، ۱۹۴۵؛ شونفیلد، ۲۰۱۳) تا پژوهش‌های معاصر که کاربرد ابزارها و محیط‌های دیجیتال در حل مسئله را بررسی و این حوزه همواره در حال تحول بوده است. نتایج مطالعات اخیر حاکی از آن است که استفاده از مسائل باز و فضاهای آموزشی مشارکتی، انگیزه و مهارت حل مسئله دانش‌آموزان را به‌طور چشمگیری ارتقاء می‌دهد. روش‌های آموزشی نوین باید با تلفیق دانش اکتشافی، استراتژی‌های فراشناختی و رویکردهای یادگیری مشارکتی، بستر لازم را برای فعالیت مؤثر دانش‌آموزان به‌عنوان حل‌کنندگان مسئله و ریاضیدانان خلاق فراهم آورند.

۳- روش تحقیق

این مقاله بر اساس بررسی جامع ادبیات در زمینه یادگیری ریاضیات از طریق حل مسئله، با تمرکز بر انتشارات اخیر و آثار کلیدی این حوزه تألیف شده است. انتخاب ادبیات بر اساس ارتباط آن‌ها با موضوع حل مسئله در آموزش ریاضیات، تأثیر آن‌ها بر حوزه، و تازگی آن‌ها، به ویژه پس از سال ۲۰۰۰ انجام شده است تا اطمینان حاصل گردد مقاله تجلی‌گر تفکر و عمل کنونی در این حوزه باشد. تحلیل شامل ترکیب چارچوب‌های نظری، استراتژی‌های آموزشی و یافته‌های تجربی ارائه شده در این منابع است تا دیدگاه جامعی از موضوع به تصویر کشیده شود.

¹ Van Zanten & Van den Heuvel

² Horgan & Leavy

علاوه بر این، این مقاله از تجربیات نویسنده به عنوان معلم و پژوهشگر ریاضیات بهره می‌برد که بینش‌های عملی را با نگرش‌های نظری ترکیب کرده و تحلیلی متوازن از چالش‌ها و مزایای آموزش ریاضیات از طریق حل مسئله ارائه می‌دهد. در این مقاله، از روش تحقیق کیفی برای بررسی نقش حل مسئله ریاضی در یادگیری ریاضی استفاده شده است. داده‌ها از طریق بررسی مقالات و پژوهش‌های مرتبط در زمینه آموزش ریاضی جمع‌آوری شده‌اند. این داده‌ها با استفاده از روش تحلیل محتوا مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۴- یافته‌ها

مسائل ریاضی باید جذاب، دسترس‌پذیر و چالش‌برانگیز باشند. مسائل جذاب توانایی جلب توجه دانش‌آموزان را دارند، مسائل دسترس‌پذیر به همه دانش‌آموزان اجازه شروع می‌دهند، و مسائل چالش‌برانگیز فرصت‌هایی برای رشد فراهم می‌کنند. در این مسائل همچنین بر اهمیت شمولیت تأکید دارد و اطمینان می‌یابد که مسائل برای همه دانش‌آموزان مرتبط و ریاضیات را به زندگی آنها متصل می‌کند. برای نمونه، می‌توان به تدریس نگارش مجموعه‌ها، جدول ضرب، فرمول‌های مساحت و کاربردهای عملی مانند اندازه‌گیری فاصله در یک بازی یا تحلیل توابع نمایی در مارپیچ‌ها اشاره کرد. در این پژوهش، محوریت ایجاد یک کلاس درس سازنده دانش بر تعامل فعال و مشارکت همه‌جانبه دانش‌آموزان استوار است؛ به گونه‌ای که دانش‌آموزان در جریان بحث‌های گروهی به تبادل دیدگاه‌ها می‌پردازند و در فرآیند حل مسائل، ضمن ارائه استدلال‌های خود، به دقت به توضیحات هم‌تیمی‌هایشان گوش می‌دهند. در این فضا، ارزش هر ایده و رویکرد متفاوت احراز می‌شود و معلم با ترغیب دانش‌آموزان به احترام متقابل و شناسایی نقاط قوت هر روش، زمینه را برای خلق راهبردهای نوآورانه فراهم می‌آورد. تشویق مداوم به طرح پرسش‌های هدفمند و کاوش انتقادی در موضوعات درسی نیز به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا نه فقط پاسخ‌های درست بیابند، بلکه دلیل انتخاب راه‌حل را تحلیل کرده و سوگیری‌ها یا نقطه‌ضعف‌های احتمالی را نیز بازشناسند؛ امری که یادگیری را از سطح حفظ فراتر برده و آن را به تجربه‌ای معنادار و شخصی تبدیل می‌کند. تحقیقات نشان می‌دهند که این رویکرد، تفکر انتقادی را تقویت کرده و کاربردهای عملی را افزایش می‌دهد، اما چالش‌هایی نیز وجود دارد. اجرای موفق این روش ممکن است نیازمند آموزش معلمان باشد و ممکن است نیاز به تنظیمات در برنامه درسی و فرهنگ کلاس، به‌ویژه در محیط‌هایی با منابع محدود، داشته باشد. به‌طور کلی، هدف آن این است که ریاضیات را از طریق حل مسئله معنادار و مرتبط کنیم و دانش‌آموزان را برای حل مسائل دنیای واقعی آماده سازیم، اما این امر نیازمند حمایت و آموزش مناسب برای معلمان است. در همین راستا، یادگیری به مثابه یک سفر شامل چهار رویکرد مختلف است که هر یک ویژگی‌های خاص خود را دارند و در ادامه آمده است.

رویکرد اول: سفری که شامل توقف‌های کوتاه^۱ در کنار جاده است.

در این حالت، زمان کمی در اختیار داریم و باید یک درس را به سرعت غنی‌سازی و طرح‌ریزی کنیم. برای مثال، فرض کنید در کنار جاده چالوس ایستاده‌ایم و از مناظر لذت می‌بریم. در اینجا می‌توانیم مسائل ریاضی مختلفی را بررسی کنیم. پروفیسور کی استیسی مثال‌هایی از این نوع مسائل ارائه می‌دهد که در شکل ۳ و ۴ این دسته مثال‌ها را مشاهده می‌کنید که این نوع فعالیت‌ها می‌تواند مخاطبان را بیشتر ترغیب کند.

¹ Wayside Stops

مثال: مجموعه‌ها و زیرمجموعه‌ها

درس با معرفی نشانه‌گذاری مجموعه‌ها آغاز می‌شود (دانش‌آموزان ۱۲ ساله). ابتدا از آنها خواسته می‌شود زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, b, c\}$ را پیدا و بنویسند. معلم زیرمجموعه‌ها را به صورت منظم و الگویی نمایش می‌دهد تا دانش‌آموزان:

۱. اهمیت یافتن همه زیرمجموعه‌ها را درک کنند.
۲. متوجه شوند چرا با افزودن هر عضو جدید به مجموعه، تعداد زیرمجموعه‌ها دو برابر می‌شود (برای مثال: مجموعه‌های ۲ عضوی ۴ زیرمجموعه دارند؛ مجموعه‌های ۳ عضوی ۸ زیرمجموعه دارند).

Subsets of $\{a, b\}$	Subsets of $\{a, b, c\}$	
$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a, c\}$
$\{b\}$	$\{b\}$	$\{b, c\}$
$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	$\{a, b, c\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{c\}$

شکل ۳. مجموعه‌ها و زیرمجموعه

مثال ۲: آموزش ضرب در ۶

	1 x	2 x	3 x	4 x	5 x	6 x	7 x	8 x	9 x	10 x
x 3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
x 6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

۷ گروه ۶ تایی

- دانش‌آموز متوجه می‌شود که اعداد جدول ضرب ۶ (۶، ۱۲، ...) در جدول ضرب ۳ نیز ظاهر می‌شوند.
- کلاس با استفاده از گروه‌های ۶ تایی (برای مثال ۶ مهره یا نقطه) می‌پرسد «چرا این عددها در هر دو جدول مشترک‌اند؟»
- برخی دانش‌آموزان برای یافتن اعداد بعدی جدول ضرب ۶، جدول ضرب ۳ را فراتر از 3×10 ادامه می‌دهند (۴۲، ۴۸، ...).

برای مثال، عدد ۴۲ را می‌توان به صورت «۷ گروه ۶ تایی» نمایش داد.



۲ گروه ۶ تایی
۴ گروه ۳ تایی

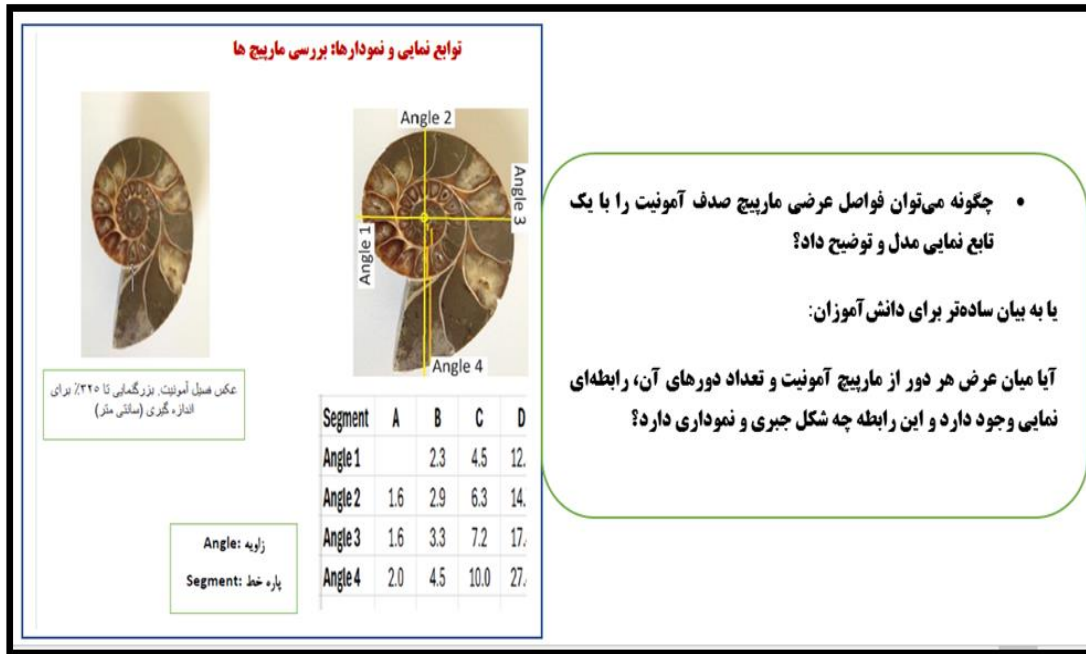
شکل ۴. مدلی برای ضرب در دوره ابتدایی

رویکرد دوم: سفرهای یک روزه^۱

در این حالت، یک سفر یک روزه داریم. برای مثال، ممکن است روزی را به گشت و گذار در کوه‌های توچال اختصاص دهیم. پروفیسور کی استیسی که در پروژه RESOLVE مربوط به بخش آموزش ریاضی و علوم در دانشگاه ملبورن، رویکردی نوآورانه برای آموزش ریاضی در مدارس ابتدایی و متوسطه اتخاذ شده است که بر پایه یادگیری مبتنی بر تحقیق و حل مسئله استوار است. این پروژه با هدف ارتقاء درک مفهومی دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی، آن‌ها را تشویق می‌کند تا از طریق فعالیت‌های عملی، مشاهده‌های دقیق و تحلیل داده‌ها، به کشف الگوها و روابط ریاضی بپردازند. در این چارچوب، معلمان نقش راهنما را ایفا می‌کنند و دانش‌آموزان را در فرآیند کشف و استدلال یاری می‌رسانند. برای

¹ Day Trips

مثال همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌کنید، در یکی از فعالیت‌های پروژه مربوط به این رویکرد، دانش‌آموزان با استفاده از فناوری‌های گرافیکی، به تحلیل الگوهای هندسی در فسیل‌های آمونیت می‌پردازند و از این طریق با مفاهیم تابع نمایی آشنا می‌شوند. این رویکرد نه تنها به تقویت مهارت‌های تحلیلی و تفکر انتقادی دانش‌آموزان کمک می‌کند، بلکه آن‌ها را به یادگیرندگانی فعال و مستقل تبدیل می‌نماید.



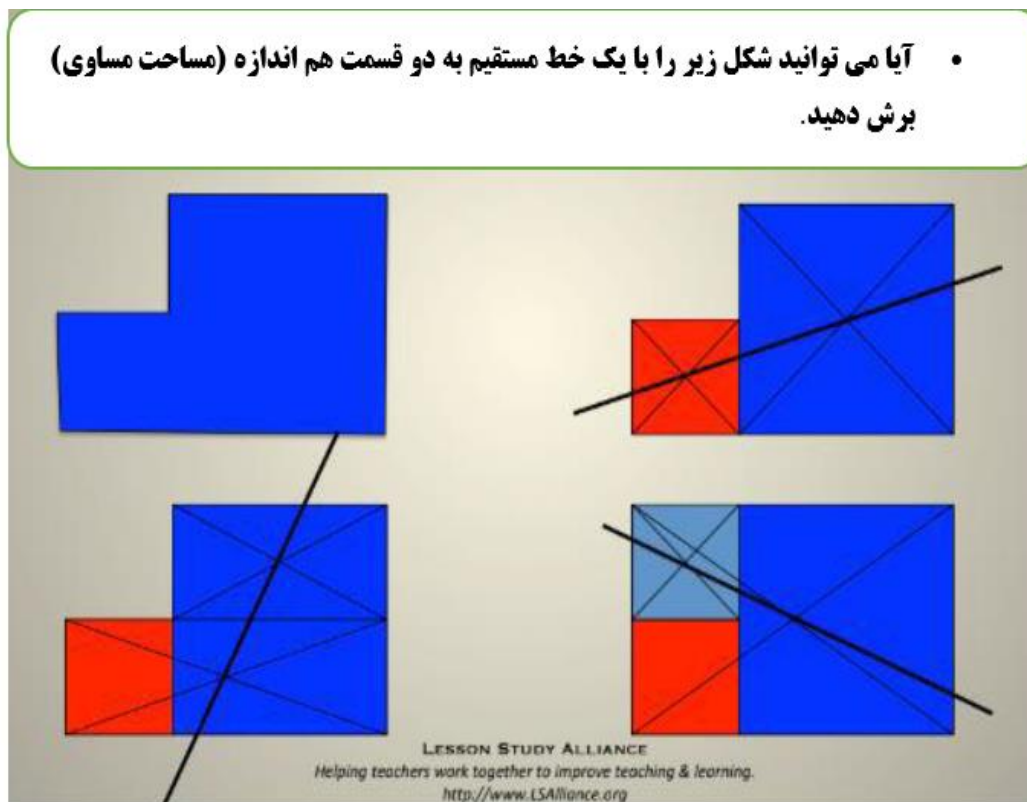
شکل ۵. تحلیل الگوهای هندسی در فسیل‌های آمونیت

۳- حالت سوم: بالا رفتن از کوه^۱

این حالت با چالش‌های بیشتری همراه است. فرض کنید در تلاش برای صعود به کوه دماوند هستیم. برای بالا رفتن، باید عوامل متعددی را در نظر بگیریم و برخی مسائل ریاضی نیز به همین صورت چالش‌برانگیز هستند و به کمک معلم نیاز دارند تا دانش‌آموزان مایوس نشوند. پروفیسور کی استیسی در این بخش همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌کنید، مثالی از درس پژوهی ژاپنی به نام کار تاکاهاشی^۲ مطرح می‌کند (تاکاشی و همکاران، ۲۰۱۳).

¹ Climbing Up a Mountain

² Takahashi



شکل ۶. مثالی از درس پژوهی تاکاهاشی

رویکرد چهارم: عبور از دشت‌ها^۱

در این حالت، عبور از دشت یا صحرا را بررسی می‌کنیم. به عنوان مثال، فرض کنید می‌خواهیم از شهداد به سمت مشهد برویم و باید از دشت بی‌آب و علف عبور کنیم. در این حالت، با مجموعه‌ای از کارها در دنیای واقعی سروکار داریم. هدف، به کارگیری ایده‌های ریاضی در زمینه‌های عملی است، که معمولاً با مسائل مدلسازی مشخص می‌شود. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌کنید، در این بخش نیز نکات جالبی را از پروژه RESOLVE ارائه می‌دهد.



شکل ۷. مسئله مسافت طی شده توسط توپ

¹ Crossing the Plains

بنابراین در آموزش برای حل مسئله، دانش‌آموزان مهارت‌های ریاضی را از طریق کاربرد مفاهیم آموخته‌شده می‌آموزند؛ به‌عنوان مثال، زمانی که موضوع درس ضرب دو عدد است، فراگیران با حل مسائلی درگیر می‌شوند که مستقیماً با مفهوم ضرب ارتباط دارند. در مقابل، آموزش درباره حل مسئله به معرفی راهبردهای مختلف مانند استفاده از تصاویر، نمودارها و جداول می‌پردازد، اما تحقیقات نشان داده‌اند که این روش الزاماً منجر به تقویت توانایی حل مسئله نمی‌شود، چرا که ممکن است دانش‌آموزان صرفاً مراحل رویه‌ای را دنبال کنند، بی‌آن‌که به درک عمیق‌تری از مفاهیم ریاضی دست یابند. یافته‌های این پژوهش تأکید می‌کند که حل مسئله، به‌ویژه در قالب مسائل مدلسازی، جایگاهی کلیدی در یادگیری ریاضی دارد؛ زیرا دانش‌آموزان را درگیر مفاهیم می‌کند، فرصت درک معنادار فراهم می‌آورد و توانمندی آن‌ها را در حل مسئله ارتقاء می‌دهد. بنابراین، پیشنهاد می‌شود معلمان ریاضی با گنجاندن مسائل متنوع و واقعی، به‌ویژه مسائل مدلسازی، فضای یادگیری را غنی سازند و با فراهم کردن فرصت‌های کافی برای درگیری با مسائل و هدایت فرآیند حل آن‌ها، نقش فعالی در توسعه تفکر ریاضی دانش‌آموزان ایفا کنند. یافته‌های این پژوهش، که بر تحلیل گسترده‌ای از ادبیات موجود در زمینه آموزش ریاضی استوار است، تاییدی بر نقش محوری حل مسئله در فرآیند یادگیری ریاضی است. این یافته‌ها، فراتر از تایید صرف، به تبیین ابعاد گوناگون این نقش پرداخته و زوایای پنهان آن را آشکار می‌سازد.

یادگیری ریاضی از طریق حل مسئله مزایای متعددی دارد که آن را به یکی از روش‌های مؤثر و کارآمد در آموزش ریاضی تبدیل کرده است. این رویکرد به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا به درک مفهومی عمیق‌تری از مباحث ریاضی دست یابند و بتوانند آموخته‌های خود را در موقعیت‌های واقعی و کاربردی به‌کار گیرند. در جریان حل مسئله، دانش‌آموزان نه‌تنها مفاهیم را یاد می‌گیرند، بلکه شیوه‌های اندیشیدن درباره آن‌ها را نیز تمرین می‌کنند. آن‌ها مهارت‌های تفکر انتقادی خود را پرورش می‌دهند؛ به این معنا که می‌آموزند چگونه اطلاعات را تحلیل کرده، راه‌حل‌های ممکن را ارزیابی کنند و تصمیم بگیرند که کدام مسیر، کارآمدتر است. علاوه بر این، فعالیت‌های گروهی در حل مسائل، بستر مناسبی برای افزایش تعاملات اجتماعی و یادگیری مشارکتی فراهم می‌سازد. دانش‌آموزان در این فرآیند، دیدگاه‌های خود را با دیگران به اشتراک می‌گذارند، با رویکردهای متنوع آشنا می‌شوند و در یک فضای پویا به یادگیری از یکدیگر می‌پردازند. این تعامل‌ها نه‌تنها سطح یادگیری را ارتقا می‌دهد، بلکه انگیزه و مشارکت آن‌ها را نیز افزایش می‌دهد، زیرا فعالیت‌های حل مسئله معمولاً با چالش همراه است و همین چالش‌برانگیز بودن، علاقه و کنجکاوی را برمی‌انگیزد.

در نهایت، یادگیری از طریق حل مسئله نقش مؤثری در تقویت فرآیندهای فراشناختی دارد. دانش‌آموزان در حین تفکر درباره یک مسئله، به نحوه تفکر خود نیز توجه می‌کنند. آن‌ها به مرور می‌آموزند که کدام راهبردها برایشان مؤثرتر است، چه اشتباهاتی را باید اصلاح کنند و چگونه می‌توانند روند حل مسئله را به‌گونه‌ای مدیریت کنند که به نتایج بهتر منتهی شود. این بازتاب درونی، یادگیری را عمیق‌تر و پایدارتر می‌سازد و آنان را به حل‌کنندگان مسئله‌ای مستقل و آگاه تبدیل می‌کند.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

حل مسئله و مدل‌سازی در آموزش ریاضی یک رویکرد قدرتمند برای توسعه درک ریاضی، مهارت‌های تفکر انتقادی و قدردانی دانش‌آموزان از این موضوع ارائه می‌دهد. با اجرای راهبردهای متنوع و ایجاد محیط‌های یادگیری حمایتی، مربیان می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا دانش عمیق و معناداری از مفاهیم ریاضی و کاربردهای دنیای واقعی آن‌ها ایجاد کنند. با ادامه تکامل آموزش ریاضی، رویکرد حل مسئله به عنوان سنگ بنایی در آماده‌سازی دانش‌آموزان برای چالش‌های پیچیده دنیای مدرن باقی می‌ماند. حل مسئله ریاضی نه‌تنها یک هدف در آموزش ریاضی محسوب می‌شود (سریرامان^۱، ۲۰۰۹)، بلکه ابزاری کلیدی برای یادگیری عمیق و پایدار مفاهیم ریاضی است. استفاده از مسائل

¹ Sriraman

متنوع، به‌ویژه مسائل مدل‌سازی، در کلاس‌های درس به بهبود یادگیری ریاضی، افزایش انگیزه دانش‌آموزان و توسعه مهارت‌های حل مسئله آن‌ها منجر می‌شود (لستر، ۱۹۹۴). نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که حل مسئله ریاضی، به‌ویژه حل مسائل مدل‌سازی، می‌تواند به تعمیق یادگیری مفهومی، توسعه مهارت‌های شناختی، افزایش انگیزه و علاقه دانش‌آموزان و پیوند ریاضیات با دنیای واقعی کمک کند (استیسی، ۲۰۰۶).

یادگیری ریاضی از طریق حل مسئله، به جای تأکید بر حفظ کردن فرمول‌ها، بر تفکر انتقادی، درک مفاهیم و توانایی به‌کارگیری دانش در دنیای واقعی تأکید دارد. این رویکرد نه تنها مهارت‌های ریاضی دانش‌آموزان را تقویت می‌کند، بلکه آن‌ها را برای چالش‌های واقعی زندگی آماده می‌سازد. رویکرد یادگیری ریاضیات از طریق حل مسئله، که توسط استیسی و سایر پژوهشگران به‌دقت بررسی شده، چندوجهی است و شامل هم فرآیند حل مسائل برای یادگیری مفاهیم جدید و هم توسعه مهارت‌های حل مسئله به عنوان نتیجه آموزشی می‌باشد. چهار رویکرد استیسی: توقف‌های کنار راه، سفرهای یک روزه، بالا رفتن از کوه و طی کردن دشت‌ها. هر یک از این دسته‌ها هدف متفاوتی دارد، از فعالیت‌های کوتاه برای تقویت کنجکاوی و تفکر انتقادی گرفته تا واحدهای طولانی‌تر که شبیه حل مسائل دنیای واقعی هستند. توقف‌های کنار راه شامل فعالیت‌های کوتاه و دیرپای هستند که دانش‌آموزان را تشویق می‌کنند تا الگوها را شناسایی کرده و سؤالاتی طرح کنند. سفرهای یک روزه شامل یک یا دو جلسه متمرکز بر مسئله خاص هستند که به دانش‌آموزان این امکان را می‌دهند تا به عمق بیشتری از موضوع خاص از طریق کاوش و بحث دست یابند. بالا رفتن از کوه نمایانگر واحدهای گسترده‌تری است که مفاهیم پیچیده را هدف قرار می‌دهند و نیاز به توسعه درک مرحله به مرحله از طریق مسائل طراحی‌شده به‌دقت دارند. طی کردن دشت‌ها شامل واحدهای چند جلسه‌ای است که بر اساس سؤالات دنیای واقعی هستند، جایی که دانش‌آموزان از ابزارهای مختلف ریاضی برای حل مسائل واقعی، عموماً در شرایط همکاری، استفاده می‌کنند.

این ساختار، در عین حال که سازمان‌یافته و منعطف است، اطمینان می‌دهد که دانش‌آموزان با انواع مختلف تجربیات حل مسئله مواجه شوند، که هر یک به طرز خاصی به توسعه ریاضی آن‌ها کمک می‌کند. استیسی بر اهمیت ایجاد "کلاسی که دانش‌آموزان را در معرض یادگیری قرار می‌دهد" تأکید می‌کند، جایی که دانش‌آموزان به صورت مشترک کار می‌کنند، ایده‌های خود را به اشتراک می‌گذارند و از یکدیگر می‌آموزند، در حالی که معلمان به‌عنوان تسهیل‌کننده عمل می‌کنند تا فرآیند یادگیری را هدایت کنند و اطمینان یابند که تمام دانش‌آموزان در سطح مناسب چالش مواجه هستند. نقش معلم در این رویکرد حیاتی است. معلمان باید مهارت لازم را در شناسایی فرصت‌ها برای حل مسئله، طراحی یا انتخاب مسائل مناسب، و تسهیل بحث‌ها که به عمق درک کمک می‌کنند، داشته باشند. این نیاز به تغییر از روش‌های آموزشی سنتی به آموزش مبتنی بر تحقیق دارد، جایی که تخصص معلم در طرح سؤالات مناسب و هدایت یادگیری دانش‌آموزان به جای انتقال مستقیم محتوا خواهد بود.

مطالعات نشان داده‌اند که دانش‌آموزانی که در فعالیت‌های حل مسئله مشارکت دارند، مهارت‌های تفکر انتقادی بهتری توسعه می‌دهند، احتمال بیشتری برای درک مفاهیم ریاضی دارند و اعتماد به نفس بیشتری برای مواجهه با چالش‌های جدید از خود نشان می‌دهند (لیلجدهال و همکاران^۱، ۲۰۱۶). علاوه بر این، کلاس‌های متمرکز بر حل مسئله با سطوح بالاتری از درگیری و انگیزه دانش‌آموزان مرتبط هستند. با این حال، اجرای این رویکرد بدون چالش نیست. معلمان ممکن است نیاز به آموزش اضافی برای تسلط بر طراحی و تسهیل درس‌های حل مسئله داشته باشند. محدودیت‌های برنامه درسی و فشارهای ناشی از آزمون‌های استاندارد می‌توانند تخصیص زمان برای فعالیت‌های حل مسئله گسترده را دشوار کنند. با این حال، مزایای آموزش ریاضیات از طریق حل مسئله به‌وضوح شناخته شده‌اند و بسیاری از سیستم‌های آموزشی در حال حرکت به سمت برنامه‌های درسی هستند که بر این رویکرد تأکید می‌کنند. بر اساس یافته‌های این پژوهش، پیشنهادات زیر برای بهبود آموزش ریاضی ارائه می‌شود.

¹ Liljedahl et. al.

- **تأکید بر حل مسئله در برنامه‌های درسی:** برنامه‌های درسی ریاضی باید به حل مسئله، به‌ویژه حل مسائل مدل‌سازی، توجه بیشتری داشته باشند و فرصت‌هایی را برای دانش‌آموزان فراهم کنند تا در فعالیت‌های حل مسئله شرکت کنند.
- **آموزش معلمان:** برنامه‌های تربیت معلم باید بر آموزش روش‌های تدریس مبتنی بر حل مسئله تمرکز کرده و معلمان را برای طراحی مسائل مناسب، مدیریت بحث‌های کلاسی و ارزیابی فرآیند حل مسئله دانش‌آموزان آماده سازند.
- **توسعه منابع آموزشی:** منابع آموزشی، از جمله کتاب‌های درسی و مواد کمک‌آموزشی، باید شامل مسائل متنوع و چالش‌برانگیز باشند که دانش‌آموزان را به تفکر وادارند و فرصت‌هایی را برای بحث و تبادل نظر فراهم کنند.
- **ارزشیابی معتبر:** روش‌های ارزشیابی باید فرآیند حل مسئله را نیز در بر بگیرند و صرفاً به ارزشیابی پاسخ نهایی محدود نشوند. استفاده از روش‌های ارزشیابی معتبر مانند مشاهده، مصاحبه و تحلیل نمونه‌کار دانش‌آموزان می‌تواند اطلاعات ارزشمندی را در مورد توانایی حل مسئله آن‌ها ارائه دهد.

ملاحظه:

این مقاله بر اساس سخنرانی خانم پروفسور کی استیسی در نوزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران (در شهر اصفهان، شهریور ۱۴۰۳)، بحث‌های بین خانم پرفسور استیسی و آقای دکتر رفیع پور پیش از کنفرانس اصفهان و مکاتبات ایمیلی آنها پس از کنفرانس اصفهان، نوشته شده است.

منابع

استیگلر، جیمز و هیبرت، جیمز. (۱۹۹۹). شکاف آموزشی: بهترین ایده‌ها از معلمان جهان برای بهبود آموزش در کلاس درس. مترجمان: محمدرضا سرکارآرانی و علیرضا مقدم. ۱۳۸۱. تهران: انتشارات مدرسه.
رفیع پور، الف. (۱۳۹۱). تحلیل محتوای مسایل کتاب حسابان بر اساس رویکرد مدل‌سازی. فصلنامه مطالعات برنامه درسی/یرن، سال ششم، شماره ۲۴، صص ۱۵-۵۳.

References

- Boaler, J. (1993). The role of context modelling, app classroom: Do situated approaches work? *For the learning of mathematics*, 13(2), 12-19.
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1), 32-42.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International journal of mathematical education in science and technology*, 34(5), 719-737.
- De paepe, F., De Corte, E., and Verschaffel, L. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM* 42, 205–218. doi: 10.1007/s11858-009-0221-5.
- De Soete, A., and De Craene, B. (2019). Metacognition and mathematics education: an overview. *ZDM mathematics education*. 51, 565–575. doi: 10.1007/s11858-019-01060-w
- Dignath, C., and Büttner, G. (2018). Teachers' direct and indirect promotion of self-regulated learning in primary and secondary school mathematics classes—insights from video-based classroom observations and teacher interviews. *Metacognition and Learning*. 13, 127–157. doi: 10.1007/s11409-018-9181-x
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., van den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J., and Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in the Netherlands. *ZDM mathematics education*. 39, 405–418. doi: 10.1007/s11858-007-0043-2
- Felmer, P. and Perdomo-Díaz, J. (2016). Novice Chilean secondary mathematics teachers as

- problem solvers, (pp. 287-308). In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.)). *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives (Research in Mathematics Education)*. Springer International Publishing AG. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3>
- Gagné, R. M. (1985). The conditions of learning and theory of instruction.
- Graesser, A. C., Sabatini, J. P., and Li, H. (2022). Educational Psychology Is Evolving to Accommodate Technology, Multiple Disciplines, and Twenty-First-Century Skills. *Annual Review Psychology*. 2022 Jan 4; 73:547-574. doi: 10.1146/annurev-psych-020821-113042.
- Halawa, S., & Harefa, D. (2024). The Influence of contextual teaching and learning based discovery learning models on abilities student's mathematical problem solving. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 11-25.
- Hourigan, M., and Leavy, A. M. (2022). Elementary teachers' experience of engaging with teaching through problem solving using lesson study. *Mathematics Education Research Journal*. 13, 1–27. doi: 10.1007/s13394-022-00418-w.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school a university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik ZDM Mathematics Education*, 36(2), 196-208.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–147). NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lester, F. K. (1994). Musings on a significant problem in mathematics education: The influence of problem-solving on the teaching of mathematics. In *Problem solving in mathematics education* (pp. 61-74). Springer.
- Lester, Frank K. Jr. (2013) Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 245-278. DOI: <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1267>
- Lester Jr, F. K., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives*, 117-135.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education. In ICME-13 Topical Surveys* (pp. 75-103). Springer, Cham.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to action: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author.
- OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: mathematics. Reading, Science, Problem Solving a Financial Literacy*, OECD Publishing
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. Columbia University Press.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Poincaré, H. (1908). *Science and method*. Thomas Nelson & Sons.
- Quigley, A., Muijs, D., and Stringer, E. (2018). *Metacognition and self-regulated learning: Guidance report*. London: Education Endowment Foundation.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic press.
- Schoenfeld, A. H. (1998). When good teaching leads to bad results: The disasters of 'well-taught' mathematics courses. *Educational psychologist*, 23(2), 145-166.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *Mathematics Enthusiast*. 10, 9–34. doi: 10.54870/1551-3440.1258
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of education*, 196(2), 1-38.
- Schroeder, T. L., & Lester, F. K., Jr. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 31–42). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Sfard, A. (1998). The many faces of mathematics: Do mathematicians and researchers in mathematics education speak about the same thing? In *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity: An ICMI Study Book 2* (pp. 491-511). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Sriraman, B. (2009). *Mathematical creativity and giftedness: Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond*. Sense Publishers.
- Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it important. Progress report of the APEC project: collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II)—*Lesson study focusing on mathematical thinking*, 39-48.
- Takahashi, A., Lewis, C., and Perry, R. (2013). A US lesson study network to spread teaching through problem solving. *International Journal of Lesson Learning Study*. 2, 237–255. doi: 10.1108/IJLLS-05-2013-0029.
- Van Zanten, M., and van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM mathematics education*. 50, 827–838. doi: 10.1007/s11858-018-0973-x
- Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: promises and pitfalls (plenary lecture). In A.D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 1 (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J. et al. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *ZDM Mathematics Education* 52, 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>
- Vygotsky, L. S. (1987). The collected works of LS Vygotsky: Volume 1: Problems of general psychology, including the volume Thinking and Speech (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- Zimmermann, B. (2016). Improving of Mathematical Problem-Solving: Some New Ideas from Old Resources. In: Felmer, P., Pehkonen, E., Kilpatrick, J. (Eds.) *Posing and Solving Mathematical Problems. Research in Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_6