Vol. 3, No. 2, December 2023, pp 67- 79

Journal of Research in Mathematics Education

ORIGINAL RESEARCH PAPER

The study of geometric thinking level of students in software-based e-learning according to Van Hiele theory

***Farkhondeh Hosseini Shekarabi*[*1], Kolsom Beigzadeh [2]**

[1] *Department of Mathematics, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran.*
[2] *Department of mathematics, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.*

Keywords:
Van Hiele
Thinking level
Education
Software
Statistical methods

1 . Corresponding author
f_hosseini@sru.ac.ir

Received: 2024/08/15
Reviewed: 2024/09/26
Accepted: 2024/10/27

ABSTRACT

Background and Objectives: In mathematics education, the Van Hiele model is a theory that describes how students learn geometry. The purpose of this study is to determine the effect of software-based e-learning on improving students' skills regarding geometrics and geometry levels of Van levels of Van Hiele. **Methods:** This study is an applied one in terms of methods and materials; it is performed over a quantitative group of students. At the end of sessions, a test designed based on Van Hiele geometry levels is taken from two study and control groups. **Findings:** Statistical analysis of the data gathered during this study shows that GeoGebra software has an effect on improving the levels of Van Hiele geometric thinking of students and their ability to learn corresponding geometry lessons. It can be concluded that teaching mathematics with the aid of software (e.g., GeoGebra) can enhance the geometric visualization and levels of Van Hiele geometric thinking of the students and positively affect their desire and motivation to learn mathematics lessons. **Conclusion:** In addition to the obvious benefits of student participation in problem solving, it also increases students' motivation, sense of effectiveness, and self-confidence.

ISSN (Online): 2783- 4379 **DOI:** 10.48310/rme.2024.16951.1090

Citation (APA): Hosseini Shekarabi, F., & Beigzadeh, K. (2023). The study of geometric thinking level of students in software-based e-learning according to Van Hiele theory. *Research in Mathematics Education*, 3(2),
https://doi.org/10.48310/10.48310/rme.2024.16951.1090

بررسی سطح تفکر هندسی دانش آموزان در آموزش مجازی با نرم افزار جئوجبرا بر اساس نظریه ون هیلی

مقاله پژوهشی/ مروری

***فرخنده حسینی شکرابی*[*۱]، کلثوم بیگ زاده [۲]**

۱. گروه ریاضی، دانشکده علوم، داتشگاه شهید رجایی، تهران، ایران.

۲. دانشکده ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

پیشینه و اهداف: در آموزش ریاضیات، مدل ون هیلی نظریه‌ای است که چگونگی یادگیری هندسه توسط دانش‌آموزان را توصیف می‌کند. این مطالعه با هدف تعیین میزان تأثیر آموزش مجازی به کمک نرم‌افزار جئوجبرا بر ارتقاء سطح مهارت‌های هندسی و سطوح تفکر هندسی ون هیلی دانش‌آموزان انجام شد. **روش‌ها:** پژوهش حاضر از نظر هدف کاربردی و از نظر روش اجرا در زمره پژوهشهای کمی است. ابزار گردآوری داده‌ها آزمونی است که بر اساس سطوح هندسی ون هیلی طراحی شده بود. **یافته‌ها:** تحلیل آماری داده‌ها نشان می دهد که آموزش با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا تأثیر معناداری بر ارتقاء سطوح تفکر هندسی ون هیلی دانش‌آموزان و بهبود یادگیری آن‌ها در درس هندسه دارد. این یافته‌ها حاکی از آن است که آموزش ریاضیات به کمک نرم‌افزار می‌تواند تجسم هندسی، سطوح تفکر هندسی ون هیلی دانش‌آموزان و همچنین انگیزه و اشتیاق آن‌ها را برای یادگیری ارتقا دهد. **نتیجه‌گیری:** استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا در آموزش هندسه علاوه بر بهبود یادگیری دانش‌آموزان، افزایش مشارکت دانش‌آموزان در حل مسئله، بالا بردن انگیزه یادگیری، حس موثر بودن و اعتماد به نفس آن‌ها را نیز در پی دارد.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه های کلیدی:
ون هیلی، سطح تفکر
آموزش، نرم افزار
روشهای آماری

۱. نویسنده مسئول
F_hosseini.@sru.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۵/۲۵
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۷/۰۵
تاریخ پذیرش:۱۴۰۳/۰۸/۰۶
شماره صفحات: ۷۹- ۶۷

شاپا الکترونیکی: ۴۳۷۹- ۲۷۸۳

DOI: 10.48310/rme.2024.16951.1090

COPYRIGHTS
©2024 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

تفکر هندسی در کنار تفکر جبری یا تفکر آماری در حوزه آموزش ریاضیات همواره مورد توجه بوده است. به نظر می‌رسد که با توجه به کاربردهای روزافزون هندسه در ریاضیات و سایر علوم، علاقه به ایده‌های هندسی به طور فزاینده‌ای در حال افزایش است. در دنیایی که بر پایه هندسه و تجسم بنا شده است، آموزش صحیح هندسه و بررسی سطوح مختلف تفکر هندسی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تدریس هندسه به دلیل پیچیدگی‌های خاص خود، معمولا برای دانش‌آموزان چالش‌برانگیزتر از جبر یا آمار است. بنابراین، تلاش برای بهبود آموزش هندسه امری ضروری است.

استانداردهای آموزش هندسه در جهان متحول شده و رویکردهای نوینی مانند مدل ون هیلی برای تدریس هندسه مطرح شده است. مدل ون هیلی، سطوح مختلف تفکر دانش‌آموزان هنگام مواجهه با اشکال هندسی را توصیف می‌کند و از سطح بصری تا سطح اثبات صوری را در بر می‌گیرد. ون هیلی در ابتدا پنج سطح تفکر را معرفی کرد، اما در مدل‌های جدیدتر، این سطوح به سه سطح دیداری، توصیفی و نظری ساده‌سازی شده است. در ایران، آموزش هندسه در گذشته بیشتر به صورت سنتی انجام می‌شد و از مدل ون هیلی کمتر استفاده می‌شد. با این حال، بازنویسی کتب درسی بر اساس این مدل، تغییراتی در نگرش دانش‌آموزان نسبت به هندسه ایجاد کرده است. بنابراین، بررسی تأثیر این مدل بر یادگیری هندسه در ایران ضروری است. برخی پژوهش‌های داخلی و خارجی در این زمینه انجام شده است؛ منابع [۳-۷] به بررسی تدریس هندسه در مدارس ایران پرداخته است و منابع [۸-۱۷] به برخی مطالعات صورت گرفته در همین زمینه با تمرکز بر جوامع و مراکز خارج از کشور می باشد.

روش تحقیق

یادگیری هندسه، همانند سایر حوزه‌های دانش، فرآیندی پویا و در حال تکامل است. این فرایند مستلزم تغییر در دانش، مهارت‌ها و نگرش‌های ما است. برای درک عمیق مفاهیم هندسی، دانش‌آموزان نیازمند تفکر انتقادی، توانایی تجسم فضایی و استدلال منطقی هستند.

متأسفانه، روش‌های سنتی تدریس هندسه که اغلب بر حفظ کردن قواعد و فرمول‌ها تمرکز دارند، نتوانسته‌اند به طور کامل نیازهای یادگیرندگان را برآورده کنند. این روش‌ها اغلب منجر به یادگیری سطحی و عدم درک عمیق مفاهیم شده‌اند. در مقابل، یک رویکرد مؤثر در آموزش هندسه، ارتباط دادن مفاهیم هندسی با زندگی روزمره و استفاده از ابزارهای آموزشی تعاملی است. این رویکرد می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم هندسی را بهتر درک کرده و آن‌ها را در حل مسائل واقعی به کار گیرند.

عوامل کلیدی در موفقیت آموزش هندسه عبارتند از:

- **روش‌های تدریس نوآورانه:** استفاده از روش‌های فعال مانند حل مسئله، پروژه‌های گروهی و استفاده از ابزارهای فناوری.
- **محتوای غنی و متنوع:** ارائه مثال‌های متنوع و مرتبط با زندگی روزمره برای تقویت درک دانش‌آموزان.
- **ایجاد محیط یادگیری تعاملی:** فراهم کردن فرصت‌هایی برای پرسش و پاسخ، بحث و تبادل نظر بین دانش‌آموزان و معلم.

با توجه به اهمیت هندسه در زندگی روزمره و نقش آن در توسعه تفکر منطقی و حل مسئله، توجه به بهبود روش‌های تدریس هندسه امری ضروری است.

مدل ون هیلی، یکی از مدل‌های شناخته شده در آموزش هندسه، مراحل رشد تفکر هندسی دانش‌آموزان را توصیف می‌کند. در هر مرحله از این مدل، دانش‌آموزان با مفاهیم هندسی جدیدی آشنا شده و توانایی‌های خود را در درک و تحلیل این مفاهیم توسعه می‌دهند. گذر از هر مرحله نیازمند فعالیت‌های یادگیری هدفمند و تعاملی است که به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا به تدریج به سطح بالاتر تفکر دست یابند. ون هیلی بر این باور بود که پیشرفت

دانش‌آموزان در سطوح مختلف تفکر هندسی، فرآیندی طبیعی و خودبه‌خودی نیست و به برنامه‌های آموزشی و روش‌های تدریس معلمان بستگی دارد [۲]. استفاده از زبان دقیق و تخصصی در آموزش هندسه نیز نقش مهمی در تسهیل این فرایند دارد. با ایجاد ارتباط بین زبان و تفکر، دانش‌آموزان می‌توانند مفاهیم هندسی را بهتر درک کرده و به سطوح بالاتر تفکر دست یابند [۲].

برای بهبود آموزش هندسه و رفع چالش‌های موجود، استفاده از روش‌های نوین تدریس و ابزارهای آموزشی تعاملی ضروری است. تحقیقات نشان داده‌اند که نرم‌افزارهای هندسه پویا، مانند کبری جئومتری (Cabri Geometry) معرفی که در سال ۱۹۸۸ توسط جین و مارلین لبرد معرفی شد، می‌توانند نقش مؤثری در ارتقای کیفیت آموزش هندسه داشته باشند[۱۸-۱۹]. این نرم‌افزارها با فراهم کردن محیطی پویا و تعاملی برای کشف و آزمایش مفاهیم هندسی، به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا مفاهیم را به صورت عمیق‌تر درک کرده و مهارت‌های حل مسئله خود را تقویت کنند. نرم‌افزارهای هندسه پویا با امکاناتی مانند ترسیم اشکال، اندازه‌گیری، محاسبه و آزمایش خواص، محیطی شبیه‌سازی شده از دنیای هندسه را برای دانش‌آموزان ایجاد می‌کنند [۲۰]. این محیط به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد تا به طور فعال با مفاهیم هندسی تعامل کرده و فرآیند یادگیری را از حالت پذیرفتن مطالب آماده به حالت کشف و تجربه تغییر دهند [۲۱]. این تحقیق با هدف بررسی تأثیر نرم‌افزارهای هندسه پویا بر بهبود توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل هندسی انجام شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که استفاده از این نرم‌افزارها می‌تواند به طور قابل توجهی به کاهش مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل هندسی کمک کند.

یکی از ویژگی‌های متمایز هندسه، توانایی آن در پرورش تفکر فضایی و تجسم ذهنی است. این توانایی، هندسه را به درسی ضروری در برنامه‌های آموزشی تبدیل کرده است. با پیشرفت فناوری و توسعه نرم‌افزارهای هندسه پویا، فرصت‌های جدیدی برای تقویت توانایی فضایی دانش‌آموزان فراهم شده است. این نرم‌افزارها به دانش‌آموزان اجازه می‌دهند تا به صورت تعاملی با اشکال هندسی کار کنند، آن‌ها را دستکاری کنند و روابط بین آن‌ها را کشف کنند. هدف اصلی آموزش هندسه، پرورش توانایی‌های مختلفی از جمله تجسم فضایی، مدل‌سازی، تفکر منطقی، حل مسئله و خلاقیت است. با استفاده از نرم‌افزارهای هندسه پویا، دانش‌آموزان می‌توانند به صورت شهودی مفاهیم هندسی را درک کرده و آن‌ها را در حل مسائل واقعی به کار ببرند. علاوه بر این، این نرم‌افزارها به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا مهارت‌های ارتباطی خود را بهبود بخشیده و بتوانند ایده‌های خود را به صورت موثر به دیگران انتقال دهند [۲۲].

مدل ون هیلی، یادگیری هندسه را به پنج سطح تقسیم می‌کند. در سطح اول، دانش‌آموزان اشکال هندسی را بر اساس ظاهر کلی آن‌ها تشخیص می‌دهند، بدون توجه به ویژگی‌های خاص هندسی. به عنوان مثال، یک مربع را به دلیل شباهت آن به یک مربع روی صفحه شطرنج تشخیص می‌دهند. با پیشرفت به سطوح بالاتر، دانش‌آموزان شروع به تحلیل ویژگی‌های خاص اشکال هندسی می‌کنند، روابط بین این ویژگی‌ها را درک می‌کنند و در نهایت قادر به اثبات قضایای هندسی می‌شوند. توسعه این درک عمیق از هندسه نیازمند تجربه‌های عملی فراوان است. دانش‌آموزان باید با اشکال هندسی مختلف کار کنند، ویژگی‌های آن‌ها را کشف کنند و روابط بین آن‌ها را بررسی کنند. این فرآیند به تدریج منجر به ایجاد یک سیستم درونی از روابط هندسی در ذهن دانش‌آموز می‌شود. ون هیلی معتقد است که دانش‌آموزان نمی‌توانند به سادگی و با حفظ کردن قواعد، مفاهیم هندسی را یاد بگیرند. بلکه آن‌ها باید از طریق تجربه‌های مستقیم و فعالیت‌های یادگیری فعال، این مفاهیم را درک کنند. در ادامه به بررسی سطوح پنجگانه این مدل می پردازیم:

سطح ۱. تجسم (شناسایی): در این مرحله، تمرکز دانش‌آموز بر روی ظاهر کلی اشکال هندسی است. دانش‌آموزان معمولاً بدون توجه به ویژگی‌های هندسی دقیق، اشکال را بر اساس شکل کلی، اندازه و رنگ آن‌ها تشخیص می‌دهند. برای مثال، یک دانش‌آموز ممکن است یک مربع را به دلیل چهار ضلع مساوی و چهار زاویه قائمه به عنوان مربع تشخیص دهد، اما ممکن است درک درستی از مفهوم زاویه قائمه نداشته باشد. دانش‌آموزان در این سطح، نمونه‌های اولیه اشکال هندسی مانند مثلث، دایره و مربع را شناسایی کرده و از این نمونه‌ها برای تشخیص اشکال دیگر استفاده می‌کنند.

سطح ۲. تجزیه و تحلیل: در این مرحله، دانش‌آموزان به تحلیل ویژگی‌های هندسی اشکال می‌پردازند. آن‌ها دیگر تنها به ظاهر کلی شکل توجه نمی‌کنند، بلکه به ویژگی‌های دقیق مانند اندازه زوایا، طول اضلاع و موازی بودن خطوط دقت می‌کنند. برای مثال، یک دانش‌آموز در این سطح می‌تواند بگوید: «یک مربع دارای چهار ضلع مساوی و چهار زاویه قائمه است و قطرهای آن همدیگر را نصف می‌کنند و بر هم عمود هستند.» در این سطح، خواص هندسی مهم‌تر از ظاهر کلی شکل هستند. حتی اگر یک شکل به صورت ناقص ترسیم شده باشد، دانش‌آموز می‌تواند با توجه به خواص هندسی آن، شکل را شناسایی کند. با این حال، دانش‌آموزان در این سطح هنوز درک کاملی از ارتباط بین ویژگی‌های مختلف اشکال ندارند. آن‌ها ممکن است هر ویژگی را به صورت جداگانه در نظر بگیرند و به همین دلیل، ممکن است برخی از روابط بین اشکال مختلف را درک نکنند. به عنوان مثال، آن‌ها ممکن است اصرار کنند که یک مربع یک مستطیل نیست، زیرا تصور می‌کنند که مربع و مستطیل دو شکل کاملاً مجزا هستند.

سطح ۳. استنتاج غیر رسمی: در این مرحله، دانش‌آموزان شروع به درک روابط بین ویژگی‌های مختلف اشکال هندسی می‌کنند. آن‌ها می‌توانند با استفاده از استدلال‌های ساده و منطقی، به نتیجه‌گیری‌هایی در مورد اشکال هندسی برسند. برای مثال، یک دانش‌آموز ممکن است بگوید: «اگر همه زوایای یک چهارضلعی قائمه باشند، آنگاه آن چهارضلعی یک مربع است.» دانش‌آموزان در این سطح می‌توانند شرایط لازم و کافی برای یک شکل هندسی را شناسایی کنند و تعاریف ساده‌ای برای آن‌ها ارائه دهند. با این حال، دانش‌آموزان در این سطح هنوز به طور کامل به مفاهیم انتزاعی و اثبات‌های رسمی مسلط نیستند. آن‌ها ممکن است در دنبال کردن استدلال‌های پیچیده و درک نقش تعاریف و قضایا در هندسه مشکل داشته باشند.

سطح ۴. استنتاج رسمی: در این مرحله، دانش‌آموزان قادر به درک و ساختن برهان‌های هندسی هستند. آن‌ها می‌توانند با استفاده از قواعد منطقی و استدلال‌های ریاضی، صحت یک گزاره هندسی را اثبات کنند. دانش‌آموزان در این سطح، نقش مهمی برای اصطلاحات، تعاریف، بدیهیات و قضایا در سیستم هندسی قائل هستند و می‌دانند که همه قضایا از این پایه‌ها نتیجه می‌شوند. با این حال، دانش‌آموزان در این سطح هنوز درک کاملی از ماهیت انتزاعی هندسه ندارند. آن‌ها معتقدند که بدیهیات و تعاریف هندسی اقلیدسی ثابت و غیرقابل تغییر هستند و هندسه‌های دیگری غیر از هندسه اقلیدسی وجود ندارد.

سطح ۵. دقت: در این سطح، دانش‌آموزان به درک عمیقی از ماهیت هندسه می‌رسند. آن‌ها می‌دانند که مفاهیم هندسی مانند نقاط، خطوط و صفحه‌ها، مفاهیم انتزاعی هستند و لزوماً نیازی به وجود فیزیکی ندارند. دانش‌آموزان در این سطح می‌توانند سیستم‌های هندسی مختلف را با هم مقایسه کنند و تفاوت‌های بین آن‌ها را تحلیل کنند. آن‌ها به راحتی می‌توانند هندسه‌های غیر اقلیدسی مانند هندسه‌های بیضوی و هذلولوی را درک کنند و تفاوت آن‌ها را با هندسه اقلیدسی توضیح دهند [۲۳]. در این سطح، دانش‌آموزان نه تنها به اثبات قضایا می‌پردازند، بلکه به بررسی خود سیستم‌های هندسی و اصول آن‌ها نیز می‌پردازند. آن‌ها می‌دانند که اصول یک سیستم هندسی، پایه و اساس آن سیستم هستند و همه قضایا از این اصول نتیجه می‌شوند. به عنوان مثال، دانش‌آموزان در این سطح می‌توانند تفاوت بین یک اصل موضوعه (که بدون نیاز به اثبات پذیرفته می‌شود) و یک قضیه (که باید با استفاده از اصول اثبات شود) را به خوبی توضیح دهند.

هدف اصلی این پژوهش، بررسی تأثیر آموزش مجازی و استفاده از فناوری‌های نوین (مانند فیلم‌های آموزشی و نرم‌افزارهای هندسه پویا) بر ارتقای سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان متوسطه بر اساس مدل ون هیلی است. به طور خاص، این پژوهش به بررسی سطوح تجزیه و تحلیل، استنتاج غیررسمی و استنتاج رسمی مدل ون هیلی می‌پردازد. در این پژوهش، میزان تسلط دانش‌آموزان در هر یک از این سطوح قبل و بعد از مداخله آموزشی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

از ملزومات این تحقیق، تسلط دانش‌آموزان و معلم به فناوری‌های ارتباطی و نرم‌افزارهای آموزشی بود. همچنین، وجود زیرساخت‌های مناسب برای برگزاری کلاس‌های آنلاین، مانند اینترنت پایدار برای همه دانش‌آموزان، ضروری بود.

تحقیق حاضر در آذر و دی ماه ۱۴۰۱ به مدت دو ماه در شهرستان شمیرانات استان تهران انجام شد. جامعه آماری این تحقیق شامل تمام دانش‌آموزان پایه نهم مقطع متوسطه اول بود که به روش تصادفی ساده انتخاب شدند. کلاس اول به عنوان گروه کنترل، با استفاده از یک سامانه مدیریت یادگیری (LMS) و محتواهای متنی و تصویری به صورت سنتی (قلم و تخته ولی در بستر مجازی) به یادگیری فصل« اثبات و هندسه» کلاس نهم پرداختند؛ در مقابل، گروه آزمایش با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا و فعالیت‌های تعاملی آموزش دیدند.

برای هر یک از گروه‌های آزمایش و کنترل، داده‌های ۳۱ دانش‌آموز جمع‌آوری شد. برای انتخاب نمونه، از روش نمونه‌گیری در دسترس استفاده شد که شامل تمام دانش‌آموزان پایه نهم حاضر در کلاس‌های مورد مطالعه بود. برای بررسی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان، از آزمون مورد استفاده در منبع [۲۴] استفاده شد که روایی آن توسط معلمین و اساتید رشته آموزش ریاضی تأیید شده است. این آزمون شامل ۱۰ سوال تستی بود که به طور جامع سطوح مختلف تفکر هندسی بر اساس مدل ون هیلی را می‌سنجید. انتخاب این آزمون به دلیل روایی بالا و قابلیت سنجش دقیق سطوح تفکر هندسی، به عنوان ابزاری مناسب برای این پژوهش محسوب می‌شود.

نتایج و بحث

برای توصیف داده‌های جمع‌آوری شده، از شاخص‌های گرایش مرکزی (مانند میانگین) و پراکندگی (مانند انحراف استاندارد) استفاده شد. همچنین، از نمودارهای مختلفی مانند نمودار میله‌ای برای نمایش توزیع داده‌ها بهره گرفته شد. با توجه به ماهیت فاصله‌ای متغیرها و هدف مقایسه میانگین‌ها بین گروه‌ها، از آزمون T-test مستقل استفاده شد. همچنین، برای بررسی رابطه بین متغیرهای فاصله‌ای، از آزمون همبستگی پیرسون استفاده شد. لازم به ذکر است که قبل از اجرای آزمون T-test، فرض نرمال بودن توزیع داده‌ها بررسی شد. با توجه به اینکه نمونه تحقیق تنها شامل دانش‌آموزان دختر با محدوده سنی و تحصیلی خاص بود، نتایج این پژوهش ممکن است به سایر گروه‌ها تعمیم‌پذیر نباشد.

در این پژوهش، برای تحلیل و مقایسه داده‌های مربوط به سطح یادگیری استدلال هندسی دانش‌آموزان، از نظریه ون هیلی به عنوان چارچوب نظری استفاده شده است. نظریه ون هیلی پنج سطح یادگیری هندسه را توصیف می‌کند که از سطح تجزیه و تحلیل تا سطح استنتاج رسمی متغیر است. با استفاده از این نظریه، می‌توانیم سطح درک دانش‌آموزان از مفاهیم هندسی و توانایی آن‌ها در استدلال و اثبات را ارزیابی کنیم. برای انجام این پژوهش، از روش پیمایشی استفاده شده است. در این روش، با استفاده از پرسشنامه، داده‌ها از یک گروه نمونه از دانش‌آموزان پایه نهم جمع‌آوری شده است که این روش در پژوهشهای انجام شده دیگر مورد تاکید است [۲۵]. پرسشنامه‌ای که در این پژوهش استفاده شده است، بر اساس سطوح مختلف نظریه ون هیلی طراحی شده بود و شامل سوالاتی بود که توانایی دانش‌آموزان را در درک مفاهیم هندسی و استدلال بر اساس آن‌ها می‌سنجید. انتخاب روش پیمایشی به دلیل امکان جمع‌آوری داده‌ها از تعداد زیادی دانش‌آموز در مدت زمان کوتاه، برای این پژوهش مناسب تشخیص داده شد.

برای جمع‌آوری داده‌ها، از یک پرسشنامه محقق‌ساخته ده سؤالی استفاده شد. هر سوال علاوه بر چندگزینه‌ای بودن، از دانش‌آموزان می‌خواست دلیل انتخاب خود را به طور کامل توضیح دهند. این طراحی به محقق امکان داد تا علاوه بر سنجش دانش دانش‌آموزان، نحوه تفکر و استدلال آن‌ها را نیز بررسی کند. سوالات پرسشنامه بر اساس سطوح مختلف نظریه ون هیلی طراحی شده بودند و شامل یک سوال در سطح اول، چهار سوال در سطح دوم، سه سوال در سطح سوم و دو سوال در سطح چهارم بودند. به عنوان مثال، یک سوال در سطح اول ممکن است از دانش‌آموز بخواهد که شکل هندسی مشخصی را بر اساس ویژگی‌های ظاهری آن شناسایی کند و دلیل انتخاب خود را توضیح دهد. برای طراحی سوالات، از پایان‌نامه‌ای که قبلاً برای تعیین سطح ون هیلی دانش‌آموزان نهم استفاده شده بود، بهره گرفته شد و نظرات دبیران با تجربه و اساتید آموزش ریاضی نیز در نظر گرفته شد [۲۴]. پاسخ‌های دانش‌آموزان بر اساس یک روایی که بر اساس نظریه ون هیلی طراحی شده بود، نمره‌گذاری شدند. در این روایی، به درستی و کامل بودن پاسخ،

استفاده از اصطلاحات صحیح هندسی و توانایی استدلال منطقی دانش‌آموز توجه می‌شد. هر پاسخ صحیح یک نمره و پاسخ‌های نادرست یا بدون پاسخ، صفر نمره در نظر گرفته شد.

نمودار فراوانی ۳۱ دانش آموز نخست که با نرم افزار آموزش دیده بودند و ۳۱ دانش آموز که به روش سنتی آموزش دیده اند به تفکیک سطوح ون هیلی آمده است. با در نظرگیری امتیاز صفر برای پاسخهای غلط یا پاسخهای داده نشده، و امتیاز یک برای پاسخهای صحیح، میانگین کلی بر حسب درصد دانش آموزان به تفکیک هر سطح ون هیلی در جدول (۱) آمده است. همچنین در جدول (۲) میانگین نمرات بر حسب درصد دانش آموزان برای آموزش به روش سنتی آورده شده است. در جدول (۳) نیز امتیازهای اخذ شده توسط دانش آموزان به تفکیک هر چهار سطح ون هیلی برای دانش آموزانی که با جئوجبرا آموزش دیده اند، آمده است.

جدول ۱. میانگین کلی همگی دانش آموزان به تفکیک سطوح ونهیلی

Table1. The overall average of all students by Van Hiele levels

سطح ون هیلی	۱		۲		۳		٤	
میانگین×۱۰۰	۷۷		۷٦		٥٥		۳٦	

جدول ۲. میانگین دانش آموزان آموزش دیده با جئوجبرا به تفکیک سطوح ون هیلی

Table2. The average of students trained with Geogebra by Van Hiele levels

سطح ون هیلی	۱		۲		۳		٤	
میانگین×۱۰۰	۸٤		۷۹		٦٥		٤٤	

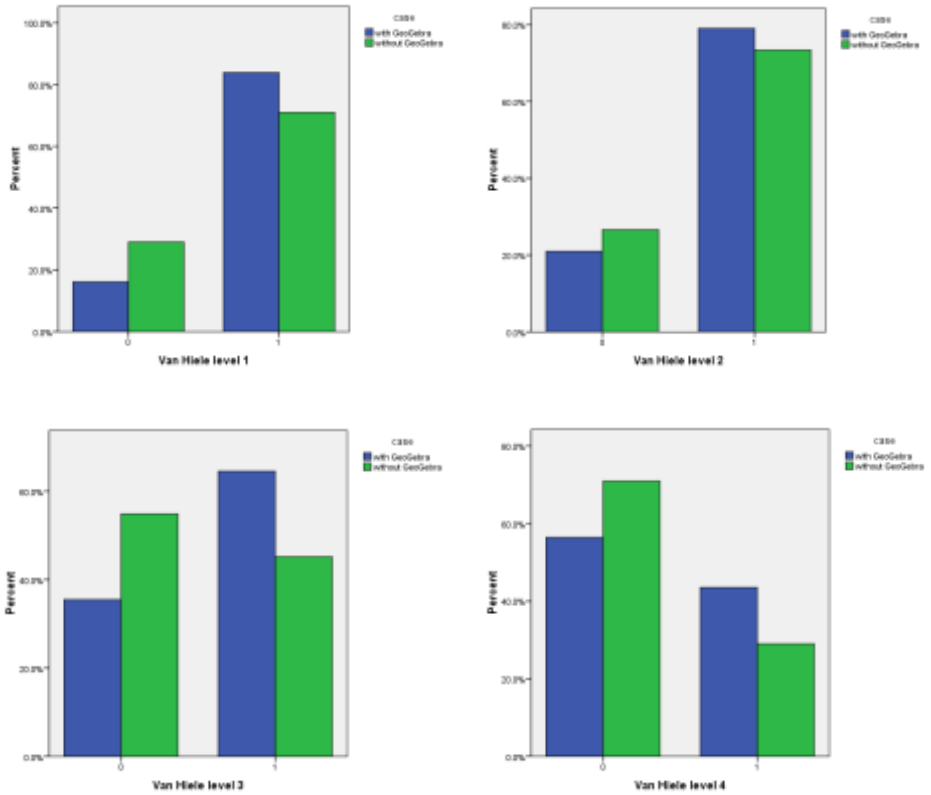
جدول ۳. میانگین دانش آموزان آموزش دیده به روش سنتی بر اساس سطوح ون هیلی

Table3. The average of students trained in the traditional method based on the levels of Van Hiele

سطح ون هیلی	۱		۲		۳		٤	
میانگین×۱۰۰	۷۱		۷۳		٤٥		۲۹	

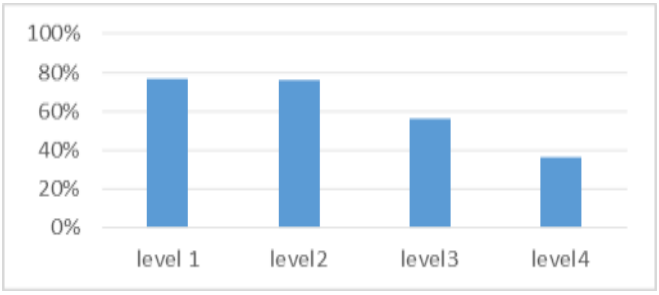
شکل (۱) به وضوح نشان می‌دهد که دانش‌آموزانی که با نرم‌افزار آموزش دیده‌اند، به طور متوسط در مقایسه با دانش‌آموزان آموزش دیده به روش سنتی، پاسخ‌های صحیح بیشتری به سوالات داده‌اند. در نمودارها، رنگ آبی برای نشان دادن گروه نرم‌افزار و رنگ سبز برای گروه سنتی انتخاب شده است تا به راحتی بتوان دو گروه را از هم تشخیص داد. علاوه بر عملکرد بهتر، مطالعات کیفی نیز نشان می‌دهد که دانش‌آموزان گروه نرم‌افزار انگیزه بیشتری برای پاسخگویی به سوالات داشته‌اند. این موضوع می‌تواند یکی از دلایل مهم در عملکرد بهتر آن‌ها باشد.

همان‌طور که شکل (۲) نشان می‌دهد، درصد پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان از سطح اول به سطح چهارم به صورت نزولی تغییر کرده است. به طور دقیق‌تر، در سطح اول حدود ۷۷ درصد، در سطح دوم حدود ۷۶ درصد، در سطح سوم حدود ۵۶ درصد و در سطح چهارم تنها ۳۶ درصد از دانش‌آموزان به سوالات مربوط به آن سطح پاسخ صحیح داده‌اند.



شکل ۱. نتایج تعداد پاسخهای درست به تفکیک سطوح ون هیلی برای دانش آموزان آموزش دیده به روش سنتی و با کمک جئوجبرا

Figure1. The result of the number of correct answers by Van Hiele levels for students trained in the traditional method and with the help of Geogebra



شکل ۲. درصد پاسخ های درست دانش آموزان در هر سطح ون هیلی

Figure2. The percentage of correct answers of students at each level of Van Hiele

برای محاسبه همبستگی بین سوالات از آزمون همبستگی پیرسون استفاده گردید. جدول (۴) نتایج همبستگی بین سطوح متفاوت ون هیلی متفاوت با یکدیگر آمده است. همانطور که ملاحظه می‌کنید در سوالات تقریبا همبستگی معنا داری مثبتی بین سطح یک با سطح دو و سه وجود دارد و همچنین سطح سه و چهار همبستگی معنادار کوچکی دارند. ولی اعداد همبستگی کوچک بوده که این میزان از همبستگی ها چندان قابل ملاحظه نیست.

جدول ۴. خلاصه آزمون همبستگی پیرسون بین پاسخ به سوالات در سطوح ون هیلی مختلف

Table 4 . Summary of Pearson's correlation test between answers to questions at different Van Hiele levels

سطح	۱	۲	۳	۴
۱	۱/۰۰	۰/۱۰۱	۰/۱۹۰	-۰/۰۳۵
۲		۱/۰۰	۰/۰۳۵	۰/۰۳۵
۳			۱/۰۰	۰/۱۴۲
۴				۱/۰۰

نتایج آزمون T-test برای سطح اول ون هیلی در جدول (۴) ارائه شده است. این آزمون آماری به منظور مقایسه میانگین نمرات دو گروه از دانش‌آموزان (گروه آموزش سنتی و گروه آموزش با نرم‌افزار) در سطح اول ون هیلی به کار رفته است. جدول (۴)، نتایج آزمون T-test برای هر دو حالت تساوی و عدم تساوی واریانس‌ها را نشان می‌دهد. هدف از انجام این آزمون، بررسی این سوال است که آیا روش آموزش با نرم‌افزار نسبت به روش سنتی، منجر به ارتقای سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان در سطح اول ون هیلی شده است.

جدول۵. نتایج آزمون T-Test برای سطوح ون هیلی

Table4.The results of the T-test for the Van-Hiele levels

سطح اول ون هیلی	آزمون لوین برای برابری واریانسها		t-test برای برابری میانگینها						
	F	Sig.	t	df	Sig.(2-tailed)	تفاوت میانگین	تفاوت خطای استاندارد	۹۵٪ فاصله اطمینان	
								کران بالا	کران پایین
برابری واریانسها	6.112	.016	1.210	60	.231	.129	.107	-.084	.342
نابرابری واریانسها			1.210	57.527	.231	.129	.107	-.085	.343
سطح دوم ون هیلی									
								کران بالا	کران پایین
برابری واریانسها	4.369	.038	1.042	246	.298	.056	.054	-.050	.163
نابرابری واریانسها			1.042	244.358	.298	.056	.054	-.050	.163

سطح سوم ون هیلی									
								کران بالا	کران پایین
برابری واریانسها	5.973	.015	2.689	184	.008	.194	.072	.052	.336
نابرابری واریانسها			2.689	183.716	.008	.194	.072	.052	.336
سطح چهارم ون هیلی									
								کران بالا	کران پایین
برابری واریانسها	9.586	.002	1.687	122	.094	.145	.086	-.025	.316
نابرابری واریانسها			1.687	121.061	.094	.145	.086	-.025	.316

در جدول (۵) نتایج آزمون T-test برای سطوح مختلف ون هیلی آورده شده است که در ادامه به آنها می پردازیم:

سطح اول: در جدول (۵) در سطح اول ون هیلی مقدار (sig) مربوط به آزمون لوین برابر ۰/۰۱۶ و کوچکتر از سطح معناداری ۰/۰۵ می باشد و در نتیجه فرض برابری واریانس ها رد میشود. بنابراین اطلاعات سطر دوم برای نتیجه گیری میانگین مورد بررسی قرار می گیرد.

Sig آزمون تساوی میانگین با فرض عدم تساوی واریانس ها بیشتر از ۰/۰۵ است. پس ادعای عدم تساوی میانگین نمرات در سطح خطای ۵ درصد رد می شود و تفاوت معناداری به دست نیامد.

سطح دوم: نتایج مربوط به سوالات دو و سه و چهار و پنج مربوط به سطح دوم ون هیلی بود. در جدول(۵) مقدار (sig) مربوط به آزمون لوین برابر ۰/۰۳۸ و کوچکتر از سطح معناداری ۰/۰۵ می باشد و در نتیجه فرض برابری واریانس ها رد می شود. بنابراین اطلاعات سطر دوم برای نتیجه گیری میانگین مورد بررسی قرار میگیرد.

Sig آزمون تساوی میانگین با فرض عدم تساوی واریانس ها بیشتر از ۰/۰۵ است. پس ادعای تساوی میانگین نمرات در سطح خطای ۵ درصد پذیرفته میشود و تفاوت معناداری به دست نیامد. بنابراین این فرضیه عدم تساوی میانگین ها رد میگردد.

سطح سه: در جدول (۵) در سوال یک مقدار (sig) مربوط به آزمون لوین برابر ۰/۰۱۵ و کوچکتر از سطح معناداری ۰/۰۵ می باشد و در نتیجه فرض برابری واریانس ها رد میشود. بنابراین اطلاعات سطر دوم برای نتیجه گیری میانگین مورد بررسی قرار میگیرد.

Sig آزمون تساوی میانگین با فرض عدم تساوی واریانس ها برابر ۰/۰۰۸ و کمتر از ۵ درصد است. پس ادعای عدم تساوی میانگین نمرات در سطح خطای ۵ درصد پذیرفته می شود و تفاوت معناداری به دست آمد. بنابراین این فرضیه عدم تساوی میانگین ها در سطح سوم ون هیلی پذیرفته می گردد. یعنی با این روش تدریس با نرم افزار سطح استنتاج غیر رسمی دانش آموزان را ارتقاء داده است. و بر این سطح موثر بوده است.

سطح چهارم: در جدول (۵) در سطح چهار ون هیلی مقدار (sig) مربوط به آزمون لوین برابر ۰/۰۰۲ و کوچکتر از سطح معناداری ۰/۰۵ می باشد و در نتیجه فرض برابری واریانس ها رد میشود. بنابراین اطلاعات سطر دوم برای نتیجه گیری میانگین مورد بررسی قرار میگیرد.

Sig آزمون تساوی میانگین با فرض عدم تساوی واریانس ها بیشتر از ۰/۰۹ است. پس ادعای عدم تساوی میانگین نمرات در سطح خطای ۱۰ درصد پذیرفته می شود و تفاوت معناداری به دست آمد. البته در سطح خطای ۵ درصد نمیتوان نتیجه عدم تساوی میانگین ها را گرفت.

به طور کلی، نتایج نشان می‌دهد که روش تدریس مورد استفاده در این پژوهش، منجر به ارتقای قابل توجهی در سطوح تجزیه و تحلیل و تجسم دانش‌آموزان نشده است. این یافته تا حدودی قابل انتظار است، زیرا دانش‌آموزان پایه نهم انتظار می‌رود فراتر از این سطوح، به ویژه در زمینه استدلال‌های رسمی و غیررسمی، رشد کنند. با توجه به اینکه فصل سوم کتاب ریاضی پایه نهم به مباحث اثبات و استدلال اختصاص دارد، می‌توان انتظار داشت که روش‌های تدریس در این فصل بر سطوح سوم و چهارم ون هیلی تأثیرگذارتر باشد. همچنین، شایان ذکر است که کتاب ریاضی پایه هشتم بیشتر بر روی ارتقای سطح دوم ون هیلی تمرکز دارد. با این حال پژوهشگران بر این باورند که نمی‌توان تمام کمبودها را به محتوای کتاب‌های درسی نسبت داد. یکی از دلایل احتمالی این موضوع، عدم تسلط دانش‌آموزان بر مفاهیم پایه است. به عنوان مثال، اگر دانش‌آموزی مفاهیم پایه هشتم را به خوبی درک نکرده باشد، درک مطالب پایه نهم برای او دشوار خواهد بود. بنابراین، استفاده از نرم‌افزارهای آموزشی باید از پایه‌های ابتدایی‌تر آغاز شود تا دانش‌آموزان بتوانند به صورت مستمر و پیوسته از مزایای این فناوری بهره‌مند شوند. محدود کردن استفاده از نرم‌افزار به یک پایه خاص، ممکن است منجر به سطحی‌نگری در یادگیری و تبدیل آن به یک فعالیت تفریحی شود.

نتیجه گیری

به طور خلاصه، نتایج تحلیل آماری نشان می‌دهد که تفاوت معناداری بین میانگین نمرات دانش‌آموزانی که با روش نرم‌افزاری آموزش دیده‌اند و گروه کنترل وجود دارد. این یافته حاکی از آن است که آموزش با نرم‌افزار، به ویژه در سطوح سه و چهار ون هیلی، منجر به ارتقای سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان شده است. سبک تدریس معلم نقش بسیار مهمی در موفقیت دانش‌آموزان دارد. تدریس سنتی ممکن است منجر به خستگی و بی‌علاقگی دانش‌آموزان شود، در حالی که روش‌های فعال مانند تدریس گروهی می‌تواند انگیزه دانش‌آموزان را افزایش داده و به آن‌ها کمک کند تا لذت یادگیری را تجربه کنند. با استفاده از روش‌های فعال، دانش‌آموزان فرصت بیشتری برای مشارکت در فرایند یادگیری پیدا می‌کنند و در نتیجه، یادگیری عمیق‌تر و ماندگارتر خواهد بود.

مهم‌ترین عامل در یادگیری دانش‌آموزان، ایجاد انگیزه و برانگیختن کنجکاوی آن‌ها است. این امر بیش از وجود کتاب‌های درسی مناسب یا دانش تخصصی معلم، در موفقیت آموزشی دانش‌آموزان مؤثر است. بر اساس نتایج این پژوهش، به نظر می رسد که روش تدریس با نرم‌افزار، علاوه بر ارتقای یادگیری، می‌تواند انگیزه دانش‌آموزان را نیز به طور قابل توجهی افزایش دهد. مشارکت فعال دانش‌آموزان در حل مسئله، افزایش اعتماد به نفس و احساس موثر بودن، از جمله مزایای استفاده از نرم‌افزارهای آموزشی است. دانش‌آموزان در محیط‌های یادگیری پویا و جذاب، بهتر یاد می‌گیرند و انگیزه بیشتری برای یادگیری پیدا می‌کنند. با توجه به گسترش فناوری اطلاعات و ارتباطات، دانش‌آموزان امروزی به شدت با فضای مجازی در ارتباط هستند و استفاده از این فضا در فرآیند آموزش می‌تواند جذابیت و اثربخشی یادگیری را افزایش دهد.

طبیعی است که هر پژوهشی دارای محدودیتهایی است که مطالعه حال حاضر نیز از این امر مستثنی نیست. به طور مشخص می‌توان به مواردی از قبیل اندازه نمونه مورد استفاده در این پژوهش و در نتیجه تعمیم‌پذیری نتایج به جامعه آماری بزرگ‌تر، شرایط خاص مانند ایام همه گیری کرونا که باعث محدودیت انجام آموزش در شرایط نرمال و سنتی را ایجاد کرد، مشکلات فنی مانند قطع اینترنت یا خرابی تجهیزات برای برخی دانش آموزان که طبیعتا می تواند مطالعه و نتایج آن را تا حدودی تحت تاثیر قرار دهد، تفاوت‌های فردی در مهارت‌های فناوری دانش آموزان، و حتی این مورد که ممکن است ما به عنوان معلمان به اندازه کافی برای استفاده از فناوری‌های آموزشی آموزش ندیده باشیم و

متکی بر مهارتهای فردی خود باشیم، اشاره کرد. به طور خاص، و با اشاره به مورد آخری کـه اشـاره نمـودیم، پیشـنهاد می‌شود که در کارهای آینده سطوح تفکر هندسی معلمان نیز در تدریس فصل‌های هندسی کتاب‌ها مورد ارزیـابی قـرار گیرد. پژوهش‌های مختلف، از جمله پژوهش [۷] که بر روی معلمان و دانشجو معلمان ریاضی اجـرا شـده اسـت، نشـان می‌دهد که بسیاری از معلمان در سطوح پایین‌تر از سطح استنتاج رسمی مدل ون هیلی قرار دارنـد. بـه عبـارت دیگـر، بیشتر معلمان در سطوح تجزیه و تحلیل یا استنتاج غیررسمی باقی می‌مانند و نمی‌توانند به درک عمیق‌تری از مفـاهیم هندسی دست یابند. یافته‌های مشابهی نیز در پژوهش می بری به دست آمده است. این امر نشان می‌دهد کـه بسـیاری از معلمان ممکن است نتوانند مفاهیم پیچیده‌تر هندسه را به دانش‌آموزان خود به طور کامل انتقال دهند و این موضوع بر کیفیت آموزش هندسه تأثیر منفی می‌گذارد.

مشارکت نویسندگان

نویسندگان هر دو دبیر آموزش و پرورش شهر تهران بوده و با همکاری هم به صـورت ۵۰٪ درصـد مشـارکت اقـدام بـه فرایند جمع آوری داده و نوشتن مقاله پرداختند.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

References

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988) The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. Journal for Research in Mathematics Education. Monograph 3, i-196.

Van Hiele, P.M. (1986). Structure and Insight. New York. Academic Press. International Journal of Research in Undergraduate Mathematic Education, 1(3), 289.

Bahrani, S. J.(2018) investigating the causes of misunderstanding in geometry and the effect of using the Van Hiele method on the academic progress and motivation of ninth grade students in Khorramshahr city, academic year 95-96. Master's thesis in Mathematics Education, Payam Noor University, Kerman center, [In Persian].

Sabzali, N., Neda TaVanaie, N. (2021). Investigating the Effect of Teaching Geometry Based on Van Hiele theory on the Learning of Students, Research in Mathematics Vol. 1, No. 2, pp.1-11.

Fadaee, B., Ghahramani, H. (2021). Investigating the Impact of Several Factors (Interest, Educational Tools, Teaching Methods) on Learning Geometry, Research in Mathematics Education Vol. 2, No. 2, pp.47-55.

Esmaeili Korani, A., Sakenian Dehkordi, S. (2022). Improving The Learning of Pythagoras' Theorem By 5E Teaching Model, Research in Mathematics Education http://rme.cfu.ac.ir Vol. 2, No. 4, pp.1-14

Veiss Moradi, A. (2009). The study of the place of school geometry in the undergraduate curriculum of mathematics teacher based on the Van Hiele theory., Master's thesis in mathematics education, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran. [In Persian]

Al-ebous, T. (2016). Effect of the Van Hiele Model in Geometric Concepts Acquisition: The Attitudes towards Geometry and Learning Transfer Effect of the First Three Grades Students in Jordan. International Education Studies, 9(4), 87.

Armah, R. B., Cofie, P. O., & Okpoti, C. A. (2018). Investigating the Effect of van Hiele Phase-Based Instruction on Pre-Service Teachers' Geometric Thinking. International Journal of Research in Education and Science, 4(1), 314-330.

Dikkartin Övez, F.T., Özdemir, E. (2024). An examination of pre-service teachers' Van Hiele levels of geometric thinking and proof perception types in terms of thinking processes, Educational Research and Reviews, Vol. 19(1), pp. 26-39, January 2024 DOI: 10.5897/ERR2023.4386.

Rahmayani, R., Sukayasa, R., Ismaimuza, D., Meinarni, W., (2024). Analysis of mathematical literacy skills of student in class VIII SMP Negeri Dampelas in solving geometry problems in term of Van Hiele level, Prima: Jurnal Pendidikan Matematika Vol. 8, No. 2, pp. 282 – 292.

ArnalBailera, A., Manero, V. A. (2023) Characterization of Van Hiele's Level 5 of Geometric Reasoning Using the Delphi Methodology. International Journal of Science and Mathematics Education, 22:537–560 https://doi.org/10.1007/s10763-023-10380-z

Lumbre, A. P., Beltran-Joaquin, M. N., & Monterola, S. L. C. (2023). Relationship between mathematics teachers' van Hiele levels and students' achievement in geometry. International Journal of Studies in Education and Science (IJSES), 4(2), 113-123. https://doi.org/10.46328/ijres.61

González, A., Gavilán-Izquierdo, J. M., Gallego-Sánchez, I., & Puertas, M. L. (2022). A theoretical analysis of the validity of the Van Hiele levels of reasoning in graph theory. Journal on Mathematics Education, 13(3), 515-530. http://doi.org/10.22342/jme.v13i3.pp515-530

Mahlaba, S.C., & Mudaly, V. (2022). Exploring the relationship between commognition and the Van Hiele theory for studying problem-solving discourse in Euclidean geometry education. Pythagoras, 43(1), a659. https://doi. org/10.4102/pythagoras. v43i1.659

Zhou, L., Liu, J., & Lo, J. (2022). A comparison of U.S. and Chinese geometry standards through the lens of van Hiele levels. International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST), 10(1), 38-56. https://doi.org/10.46328/ijemst.1848

Uygun Eryurt, T., Guner, P. (2021). Van Hiele Levels of Geometric Thinking and ConstructivistBased Teaching Practices, Mersin University Journal of the Faculty of Education, 17(1): 22-40, DOI: 10.17860/mersinefd.684571

King, J., and Schattschneider, D. (1997). Geometry Turned On: dynamic software in learning, teaching, and research", MAA.

Laborde, C. (2002) Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with CabriGeometry, International Journal of Camputer for Mathmatical Learning, Vol. 6, pp.283-318.

Rosselle, M., Grandbastien M. (2003). "Toward Interoperable ILES: Results from a Case Study in the E Geometry Domain", France.

Farmehr, F., Reyhani, A. (2005). The place of dynamic geometry software in high school geometry education, 9th Iran Mathematics Education conference. [In Persian].

National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). Principles and standards for school mathematics (Vol. 1). National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM).

Halat, E. In-service middle and high school mathematics teachers: Geometric reasoning stages and gender. The Mathematics Educator, 2008, 18(1).

Gurhipour Shoubi, F., (2017) The learning level of geometric reasoning of ninth grade students based on the theory of Van Hiele's master's thesis, Shahid Rajaee University,Tehran. [In Persian].

Gall, M., Borg, Gal. J. (2003). Quantitative and qualitative research methods in educational sciences and psychology. Translated by Ahmadreza Nasro and colleagues (published in the original language in 2003). Shahid Beheshti University Press and Samt. [In Persian]