Research in Mathematics Education **http://rme.cfu.ac.ir**
Vol. 1, No. 2, Winter 2021
pp.1-11

Investigating the Effect of Teaching Geometry Based on Van Hiele theory on the Learning of Students

Navid Sabzali[*1], Neda TaVanaie[2]

[1]Department of Mathematics, Behbahan Branch, Islamic Azad Univerisy, Behbahan, Iran
[2]Master of Mathematics Education

Abstract: The aim of the present research is to investigate the effect of geometry teaching based on the Van Hiele theory on students' learning. The sample of this research consisted of 60 girls' students (30 students considered as control and 30 as experimental group) in grade eighth from Behbahan city that were selected according to random sampling method. This research is a semi-experimental research and the Mayberry test was adopted for data collection of pre-test and post-test. For this research, the concept of polygons was selected from eighth grade mathematical topics. Results showed that there were significant differences between students' learning based on Van Hiele theory and traditional training. The findings of the study indicated that the eighth grade students were in the first level of Van Hiele model, who was promoted to the second level of Van Hiele model by implementing the educational steps of Van Hiele theory. Results from this research showed that learning to solve the geometric problems with the use of Van Hiele method cause improvement in learning of the students and can be used by the teachers of high schools.

Keywords: Teaching, Van Hiele theory, Geometry, Learning

[*] Corresponding Author, Email: sabzali.navid5@gmail.com

پژوهش در آموزش ریاضی
دوره ۱، شماره ۲، زمستان ۹۹
صفحات ۱۱-۱
http://rme.cfu.ac.ir

بررسی تاثیر آموزش هندسه بر مبنای نظریه ون هیلی بر یادگیری دانش آموزان

نوید سبزعلی[۱*]، ندا توانایی[۲]

[۱]گروه ریاضی، واحد بهبهان، دانشگاه آزاد اسلامی، بهبهان، ایران
[۲]کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

چکیده: هدف از تحقیق حاضر بررسی تاثیر آموزش هندسه مبتنی بر نظریه ون هیلی بر یادگیری دانش آموزان می باشد. این تحقیق به روش میدانی بر روی ٦٠ دانش آموز دختر شهر بهبهان (۳۰ نفر گروه کنترل و ۳۰ نفر گروه آزمایش) می باشد که مشغول به تحصیل در پایه هشتم بودند و به روش نمونه گیری تصادفی انتخاب شدند. جهت تحقیق، مفهوم چندضلعی ها از مباحث ریاضی پایه هشتم انتخاب گردید و برای جمع آوری اطلاعات از پیش آزمون و پس آزمون محقق ساخته استفاده شد که از آزمون می بری(۱۹۸۳) اقتباس شده بود. نتایج تحقیق نشان داد که بین یادگیری دانش آموزانی که بر مبنای نظریه ون هیلی آموزش دیده اند با دانش آموزانی که به صورت سنتی آموزش دیده اند تفاوت معنا داری وجود دارد. یافته های تحقیق بیانگر آن بود که دانش آموزان پایه هشتم در سطح اول ون هیلی قرار داشتند که با اجرای مراحل آموزشی نظریه ون هیلی به سطح دوم ون هیلی ارتقاء پیدا کردند. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که بهره گیری از روش آموزش هندسه به شیوه ون هیلی موجب بهبود یادگیری دانش آموزان می شود و می تواند مورد استفاده معلمان متوسطه قرار گیرد.

واژگان کلیدی: تدریس، نظریه ون هیلی، هندسه، یادگیری

* نویسنده مسئول، رایانامه: sabzali.navid5@gmail.com

مقدمه

مهم ترین حیطه ی ریاضی که با استدلال دانش آموزان در ارتباط است، هندسه می باشد. هندسه به علت مجرد و در عین حال محسوس بودن، برای پرورش فکر بسیار مناسب بوده و با توجه به وسعت هندسه و توانایی هایی که می تواند در افراد ایجاد کند، یادگیری آن به عنوان یکی از قسمت های اصلی ریاضی اهمیت بسیاری پیدا کرده است. به دلیل جنبه های چندگانه هندسه، ریاضی دان ها و آموزشگران ریاضی، شروع آموزش هندسه را از سال های کودکی و در تمام طول برنامه ی درسی ریاضی ضروری می دانند (گویا و همکاران، ۱۳۹۰).

آموزش و یادگیری ریاضی و به طور خاص هندسه همواره برای معلمان و دانش آموزان پر از چالش بوده است (باقری، ۱۳۹٤). نتایج تحقیقات هالت (۲۰۰۷) حاکی از آن است که دانش آموزان در کلاس هندسه با مشکلات فراوانی رو به رو هستند و عملکرد ضعیفی در مقطع متوسطه و مقاطع عالی از خود نشان می دهند. در میان دانش آموزان کشورمان نیز درک درس ریاضی و به طور خاص هندسه دشوار است و اغلب مشاهده می شود که دانش آموزان حتی درک درستی از تعاریف هندسی که اولین قدم در یادگیری هندسه است، ندارند(باقری، ۱۳۹٤). پس شیوه ی آموزش هندسه باید به چه صورت باشد که یادگیری آن به بهترین شکل صورت گرفته و شاهد عملکرد موفقیت آمیز در هندسه باشیم؟

در سال های اخیر هندسه به عنوان یک مهارت پایه ای ریاضی، در برنامه درسی ریاضی بسیاری از کشورها قرار گرفته است. بنابراین، چگونگی تفکر هندسی، آموزش هندسه و یادگیری آن، از جایگاه ویژه ای برخوردار است (ریحانی، ۱۳۸٤). اما درک هندسه برای بسیاری از دانش آموزان دشوار است و تحقیقات نشان می دهند که دانش آموزان به گونه ای که انتظار می رود هندسه را یاد نمی گیرند. به عقیده یوسسکین (۱۹۸۲) دانش آموزان مفاهیم اصلی هندسه را درک نکرده و کلاسهای هندسه را بدون یادگیری اصطلاحات اساسی ترک می کنند. دانش آموزان معمولاً در حل مسائل هندسه با مشکلات زیادی روبه رو هستند و نمی توانند از سطح معمولی مسائل هندسه به حل مسائل دشوارتر و درک عمیق مفاهیم هندسی برسند. دانش آموزان باید به جای به خاطر سپاری خواص و تعاریف، مفاهیم هندسی خود را گسترش دهند و مفهوم ها و راههای استدلال کردن را در جهت تحلیل دقیق مسائل بیاموزند (ویسی، ۱۳۸۸). فوجیتا و همکاران (۲۰۰٤) اظهار می کنند که امروزه استانداردهای آموزش هندسه تفاوت های زیادی با گذشته کرده است و رویکردهای نوینی برای تدریس هندسه مطرح شده اند. تحقیقات فراوانی جهت تدوین یک چارچوب مناسب برای آموزش هندسه انجام شده است. یکی از این چارچوب ها، نظریه تفکر هندسی ون هیلی است که کارکردهای زیادی در زمینه یادگیری هندسه دارد(امینی فر و همکاران، ۱۳۹۰).

هدف از اجرای این تحقیق مقایسه تأثیرآموزش مبتنی بر نظریه ون هیلی و آموزش بر مبنای شیوه سنتی بر یادگیری دانش آموزان می باشد و در پی آن است که نشان دهد بین میزان یادگیری دانش آموزانی که بر مبنای نظریه ون هیلی آموزش دیده اند، با دانش آموزانی که به صورت سنتی آموزش دیده اند، تفاوت معناداری وجود دارد.

نظریه تفکر هندسی ون هیلی

دو آموزشگر هلندی به نام های دینا ون هیلی گلداف و همسرش پی یر ون هیلی در سال ۱۹۵۹، نظریه ای را ابداع کردند که شامل سطوح تفکر هندسی است که دانش آموزان، طی حرکت خود، از تشخیص صرف، تا نوشتن یک اثبات رسمی دقیق هندسی، طی می کنند. این مدل نظری توضیح می دهد که چرا دانش آموزان در یادگیری هندسی به طور عام، و در نوشتن اثبات به طور خاص، با مشکل مواجه می شوند. این مدل شامل دو قسمت سطوح تفکر و مراحل آموزشی است (عریضی، ۱۳۷۹؛ ریحانی، ۱۳۸٤).

توصیفی از روش های تفکر است که در یادگیری هندسه ی دانش آموزان یافت می شود. این نظریه بیان می کند که یک دانش آموزان طی فرآیند یادگیری خود با عبور از چندین سطح تفکر، می تواند پیشرفت کند. در جدول ۱ سطوح تفکر ون هیلی بیان شده است.

جدول ۱. سطوح تفکرمدل ون هیلی

سطح	نام سطح	توضیح
سطح ۱	**تشخیص یا دیداری**	**این مرحله با شناسایی شکل ها شروع می شود و تشخیص دادن شکل های هندسی، تنها با نمود ظاهری شان است و اغلب با مقایسه ی آن ها با نمونه ای در دنیای واقعی شناخته می شوند.**
سطح ۲	**تجزیه و تحلیل**	**در این سطح شکل ها برحسب مولفه هایشان و رابطه های میان این مولفه ها تجزیه و تحلیل می شوند.**
سطح ۳	**استنتاج غیر رسمی یا مرتب سازی**	**در این سطح خواصِ مفاهیم، شکل ها و انواع تعاریف مجرد به صورت منطقی مرتب می شوند و همچنین شرط لازم و کافی مجموعه ای از خواص در مفاهیم شکل ها درک می شوند.**
سطح ٤	**استنتاج رسمی**	**در این سطح اهمیت اصول و استنتاج درک شده و بر اساس استدلال و منطق، نتیجه گیری می شود.**
سطح ۵	**دقت**	**در این سطح قضیه ها در سیستم های اصل موضوعی مختلف بیان شده و مورد تجزیه و تحلیل و مقایسه قرار می گیرد.**

در جدول ۲ نیز ویژگی های مدل تفکر ون هبلی بیان می شود.

جدول ۲. ویژگی های مدل تفکر ون هیلی

نام ویژگی	توضیحات
سلسله مراتبی بودن سطوح	**جهش از روی سطوح غیرممکن است و افراد برای عبور از یک سطح باید به تفکر لازم در سطوح قبل دست یافته باشند.**

زبان شناختی بودن	هر سطح دارای نمادهای زبانی خاصی است و افرادی که در سطوح مختلف هستند نمی توانند همدیگر را درک کنند. برای مثال یک مستطیل در سطوح مختلف ون هیلی ممکن است معانی متفاوتی داشته باشد. در سطوح سوم، مستطیل به عنوان نوع خاصی از متوازی الاضلاع درک می شود در حالی که این درک در سطح پائین تر وجود ندارد.
عدم وابستگی به سن	سطوح تفکر هندسی ون هیلی، وابسته به سن نیستند و به تجربیات دانش آموزان بستگی دارد.
ماهیت درونی ذاتی و بیرونی تغییر	ون هیلی تأکید می کنند که این سطوح، به وسیله ی تفاوت در موضوع تفکر، از یکدیگر تمیز داده می شوند. برای مثال، در سطح ۱، فقط شکل ظاهری درک می شود، در حالی که یک شکل، به وسیله ی خواص خود تعیین می گردد که این مطلب، تا سطح ۲ که یک شکل به وسیله ی اجزا و مولفه هایش تجزیه و تحلیل می شود و خواص آن کشف می گردد، به دست نمی آید.
عدم مطابقت	اگر مطالب آموزش شامل محتوا، واژگان و نظایر آن، در سطح بالاتری از سطح یادگیرنده باشند، آن گاه ممکن است یادگیری و پیشرفت مورد نظر، حاصل نشود.
نقش معلم	برای عبور از یک سطح به سح دیگر، طراحی فعالیت های مناسب توسط معلم بسیار ضروری است.

قسمتی از نظریه ون هیلی معرفی پنج مرحلهٔ آموزشی است. این مراحل برای معلمان طراحی شده تا به دانش آموزان کمک کنند، از یک سطح تفکر به سطح تفکر بعد بروند.در شکل ۳ این پنج مرحلهٔ آموزشی بیان شده است.

جدول ۳. مراحل آموزشی نظریه ون هیلی

مرحله	مرحله آموزشی	توضیحات
۱	مرحله ی کسب اطلاعات	در این مرحله، معلم و دانش آموزان، مشغول گفتگو و فعالیت در مورد موضوعات مورد مطالعه می شوند و دانش آموزان، با زمینه ی کار آشنا می گردند.
۲	مرحله ی جهت دهی	دانش آموزان هر مبحث مورد مطالعه را از طریق فعالیت هایی که توسط معلم طراحی شده اند، توسعه می دهند و یاد می گیرند. این فعالیت ها شامل تا کردن، اندازه گیری، جست و جو برای تقارن و مانند آن ها می باشند.

۳	مرحله شفاف سازی	در این مرحله دانش آموزان از شبکه هایی از روابط آگاه می شوند و سعی می کنند که آن را به زبان خود بیان کنند.
٤	مرحله ی جهت گیری آزاد (غیر مقید)	در این مرحله دانش آموزان به فعالیت ها و تکالیف حل مسئله ای گماشته می شوند که می توانند آن ها را با روش های مختلف و با استفاده از دانش، مهارت ها و رابطه هایی که قبلاً آموخته اند، انجام دهند.
٥	مرحله ی تلفیق(یکپارچگی)	دانش آموزان قادرند که دانش و اطلاعات و روابط جدید را در قالب یک کل جدید و یکپارچه ببینند. و آن ها همه ی آنچه را که در مورد یک موضوع یاد گرفته اند، با هم تلفیق می کنند.

روش تحقیق

تحقیق حاضر از نوع تحقیقات کاربردی و شبه تجربی با دو گروه آزمایش و کنترل و استفاده از پیش آزمون و پس آزمون می باشد. تعدادی از دانش آموزان دختر پایه ی هشتم به صورت تصادفی به دو گروه کنترل و آزمایش تقسیم شدند و مفهوم چندضلعی ها از مباحث ریاضی پایه هشتم جهت تدریس انتخاب گردید. این مبحث برای گروه کنترل به روش سنتی و معمول در مدارس تدریس شد، ولی مبحث ذکر شده برای گروه آزمایش، بر اساس روش آموزشی ون هیلی به آنها آموزش داده شد، آنگاه نمره ی هر دو گروه کنترل و آزمایش مورد مقایسه قرار گرفت. جامعه آماری این تحقیق، شامل دانش آموزان پایه هشتم شهر بهبهان می باشد.

روش نمونه گیری مورد استفاده در این پژوهش روش تصادفی ساده می باشد که از بین مدارس دخترانه متوسطه اول، دو مدرسه به طور تصادفی انتخاب شدند. برای جمع آوری داده های مورد نیاز تحقیق، از دو آزمون محقق ساخته استفاده شد. سوالات آزمون ون هیلی در این تحقیق، برگرفته از سوالاتی است که می بری (۱۹۸۳) در تحقیق خود از آن استفاده نمود که مرادی ویس (۱۳۸۸) با استفاده از نظرات اساتید آموزش ریاضی و دبیران هندسه نیز روایی آن را تایید کرده بود. سوالات آزمون می بری برای استفاده در تحقیق حاضر تغییراتی داده شد وتوسط تعدادی از دبیران هندسه و دبیران ریاضی دوره متوسطه اول مورد نقد و بررسی قرار گرفت و از نظر تناسب با اهداف تایید شد. در این تحقیق برای تجزیه و تحلیل اطلاعات به دست آمده از روش کیفی و کمی (آمار توصیفی و آمار استنباطی) و نرم افزار SPSS استفاده شده است.

یافته ها

داده ها برای دو گروه کنترل و آزمایش، قبل از آموزش، دارای توزیع تقریبا نرمال بوده و نمونه انتخابی به شکل صحیحی برگزیده شده است. همچنین تفاوت معنا داری بین دو گروه وجود ندارد، هر دو گروه در یک سطح می باشند و همگنی بین گروه های کنترل و آزمایش وجود دارد.

جدول ٤. میانگین و انحراف معیار نمره های پیش آزمون گروه کنترل و آزمایش

سطح تفکر	گروه	میانگین	انحراف معیار
تشخیص	کنترل	٤۳/٥	٦/۸
	آزمایش	٤۳	۷/۳۲
تجزیه و تحلیل	کنترل	۱۳	۸/٥
	آزمایش	۱۳/٥	۹/۸۸
استنتاج غیررسمی	کنترل	۱	۳/۰۷
	آزمایش	۱/٥	۳/٦۷

با توجه به جدول ٤ بالاترین میانگین نمرات پیش آزمون دانش آموزان گروه کنترل و آزمایش مربوط به سطح تشخیص و پایین ترین میانگین مربوط به سطح استنتاج غیررسمی می باشد که نشان می دهد میانگین نمرات در سطح تشخیص، نسبت به سطوح تجزیه و تحلیل و استنتاج غیررسمی بسیار بالاتر بوده یعنی سطح دانش آموزان در گروه کنترل و آزمایش، سطح اول ون هیلی است. این بدان معناست که دانش آموزان دو گروه کنترل و آزمایش توانایی نام گذاری، تشخیص و بیان ویژگیهای مقدماتی چندضلعی ها را دارند (سطح اول) ولی قادر به درک خواص اشکال و مولفه های جزئی آنها نیستند (سطح دوم) همچنین توانایی درک ارتباط بین اشکال را ندارند (سطح سوم).

جدول ٥. میانگین و انحراف معیار نمره های پس آزمون گروه کنترل و آزمایش

سطح تفکر	گروه	میانگین	انحراف معیار
تشخیص	کنترل	٤۷/٥	٤/۹۹
	آزمایش	٤۹	۳/۰۷
تجزیه و تحلیل	کنترل	۱۷/٥	۱۳/۳٦
	آزمایش	۳۸	۹/۳٥
استنتاج غیررسمی	کنترل	۱/٥	۳/٦۷
	آزمایش	۳	٤/٦۹

با توجه به جدول ٥ بالاترین میانگین نمرات پس آزمون دانش آموزان گروه کنترل مربوط به سطح تشخیص می باشد که نشان می دهد نمرات پس آزمون دانش آموزان گروه کنترل که توسط روش سنتی آموزش دیده اند پیشرفت چندانی نسبت به نمرات پیش آزمون خود نداشته اند .

بالاترین میانگین نمرات پس آزمون دانش آموزان گروه آزمایش مربوط به سطح تشخیص و سطح تجزیه و تحلیل می باشد که پیشرفت بالای میانگین نمرات پس آزمون، در سطح تجزیه و تحلیل را نسبت به میانگین نمرات پیش آزمون بیان می کند. این بدان معناست که دانش آموزان گروه آزمایش توانایی نام گذاری، تشخیص و بیان ویژگی های

مقدماتی چندضلعی ها را داشته، سپس درک کافی از اجزاء و ویژگیهای چندضلعی ها را کسب کردند ولی توانایی ارتباط بین رده های اشکال را ندارند.

فرضیه تحقیق مبنی بر تفاوت معنادار میزان یادگیری دانش آموزانی که بر مبنای نظریه ون هیلی آموزش دیده اند با دانش آموزانی که به صورت سنتی آموزش دیده اند با استفاده از آزمون t مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در جدول ٦ مشاهده می شود.

جدول ٦. نتایج آزمون t برای سطوح تشخیص ، تجزیه و تحلیل و استنتاج غیررسمی

سطح	T	df	سطح معنی داری
تشخیص	۲/٦۷	۲۹	۰/۰۵
تجزیه و تحلیل	۱۲/۰۱	۲۹	۰/۰۵
استنتاج غیررسمی	۱/۷۵	۲۹	۰/۰۵

همان گونه که مندرجات جدول ٦ نشان می دهد t محاسبه شده برای سطح تشخیص و سطح تجزیه و تحلیل در سطح ۰/۰۵ معنی دار می باشد. یعنی بین سطح تشخیص و تجزیه و تحلیل دو گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنی داری وجود دارد. پس بین میزان سطح تشخیص و تجزیه و تحلیل دانش آموزانی که به کمک هندسه ی ون هیلی آموزش دیده اند و دانش آموزانی که با شیوه ی سنتی آموزش دیده اند تفاوت وجود دارد. درمورد t محاسبه شده در سطح استنتاج غیررسمی نیز می توان گفت که در سطح ۰/۰۵ معنی دار نبوده یعنی بین سطح استنتاج غیررسمی دو گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود ندارد. پس فرضیه ی تحقیق مبنی بر تفاوت معنادار بین میزان یادگیری دانش آموزانی که برمبنای نظریه ی ون هیلی آموزش دیده اند و دانش آموزانی که به صورت سنتی آموزش دیده اند، پذیرفته می شود .

بحث و نتیجه گیری

استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضی برای ریاضیات مدرسه (۲۰۰۰) انتظاراتی برای دانش آموزان در رسیدن به سطوح تفکر هندسی ون هیلی برای پایه های مختلف تعریف می کنند که به شرح زیر می باشد:

- دانش آموزان پایه های پیش دبستانی تا دوم ابتدایی به تشخیص و تجسم اشکال هندسی می پردازند (سطح اول: تشخیص)
- دانش آموزان پایه های سوم تا پنجم به شناسایی، تشخیص و توصیف ویژگی های شکل های هندسی دوبعدی و سه بُعدی می پردازند. (سطح دوم: تجزیه و تحلیل)
- دانش آموزان پایه های ششم تا هشتم با چرخاندن شکل های هندسی و پیش بینی نتایج انتقال آنها آشنا می شوند، سپس به توصیف و دست ورزی با اشیاء هندسی دوبعدی و سه بعدی برای ایجاد استنتاج های غیررسمی ایده های هندسی می پردازد. (سطح سوم: استنتاج غیررسمی)

- دانش آموزان پایه های نهم تا دوازدهم با رسم اشیا هندسی دوبعدی و سه بعدی با ابزارهای متنوع آشنا می شود و سپس به ساختن، آزمایش کردن و اثبات نمودن حدس ها و فراهم آوردن فرصتی جهت مدلسازی و حل مسائل در دنیای فیزیکی و واقعی می پردازند. (سطح چهارم: استنتاج رسمی).

نتیجه تحقیق حاضر نشان داد که دانش آموزان شرکت کننده به سطح سوم نرسیده بودند و در سطح اول ون هیلی قرار داشتند ولی با اجرای آموزش بر مبنای ون هیلی در سطح دوم ون هیلی قرار گرفتند. بنابراین می توان گفت دانش آموزان شرکت کننده در این تحقیق با آموزشهایی که بر مبنای نظریه ون هیلی دیده اند از سطح اول و دوم ون هیلی عبور کرده ولی نتوانستند از سطح ۳ ون هیلی عبور کنند.

تحقیقی توسط جی.کی.الکس و کی.جی.ممن در سال ۲۰۱٤ و در راستای تغییر برنامه درسی هندسه کشور آفریقای جنوبی انجام شد.این تحقیق بر روی دانش آموزان پایه ی دهم انجام گرفت.در این پایه،مباحث هندسه در حد سطح چهارم ون هیلی طراحی شده بود و انتظار میرفت که شرکت کنندگان دست کم در سطح سوم ون هیلی قرار داشته باشند. یافته های تحقیق بیانگر آن بود که بسیاری از شرکت کنندگان در نخستین سطح از سطوح تفکر ون هیلی قرار داشتند. تحقیق یوسسکین (۱۹۸۲) یکی از نخستین و بزرگ ترین پروژه های انجام شده درباره ی نظریه ون هیلی است. یافته های تحقیق یوسسکین بیانگر آن بود که بیشتر دانش آموزان پایه دهم برای یادگیری هندسه ی دبیرستانی آماده نبودند و در سطوح اول یا دوم ون هیلی ارزشیابی شدند. تحقیق گوتی یرز و جیم (۱۹۹۸) بر روی دانش آموزان پایه هشتم در سطح اول به دستیابی بالا یا کامل رسیدند. این دانش آموزان در سطح دوم در حد درجه دستیابی پایین ارزیابی شده و تقریبا به سطح سوم دست نیافتند. یافته های تحقیق صفا بخش چکوسری (۱۳۹٤)، روی دانش آموزان پایه هشتم نشان دهنده آن بود که دانش آموزان این پایه در سطح اول ون هیلی قرار دارند. یافته های این تحقیق ها به نوعی هم راستا با یافته های تحقیق حاضر است.

یادگیری مباحث در دانش آموزان گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل به طور چشمگیری افزایش یافته و عملکرد بهتری داشتند؛ یعنی آموزش به شیوه ی ون هیلی در گروه آزمایش باعث عملکرد بهتر، یادگیری بیشتر و در نهایت باعث افزایش میانگین نمرات در پس آزمون دانش آموزان شده است. دانش آموزان، در تشخیص اشکال توسط ظاهر آنها، عملکرد خوبی دارند(سطح اول)، همچنین اشکال را بر اساس خصوصیات آنها توصیف می کنند (سطح دوم)، ولی در سطح سوم ضعف فراوانی دارند یعنی نمی دانند که برای توصیف یک شکل کدام شرایط لازم و کافی هستند. بعد از اجرای روش آموزشی بر مبنای نظریه ون هیلی تسلط، عملکرد، مهارت و یادگیری دانش آموزان افزایش یافت و توانستند به سطح دوم ون هیلی دست پیدا کنند.

پیشنهاد های کاربردی

۱- با توجه به اینکه آموزش هندسه بر مبنای نظریه ون هیلی باعث یادگیری بیشتر هندسه دانش آموزان می شود آموزش این روش به معلمان توصیه می شود.

۲- در برنامه درسی دانشجویان دبیری ریاضی واحد درسی با محتوای آموزش نظریه ون هیلی قرار داده شود که دانشجویان دبیری را برای تدریس هندسه در مدارس آماده سازد.

۳- برگزاری کارگاههای آموزشی برای معلمان جهت آشنا کردن آنها با روش های نوین تدریس هندسه و نظریه های هندسی بالاخص نظریه یادگیری ون هیلی.

٤- توجه معلمان به سطوح تفکر هندسی در طرح درس های خود و تشویق معلمان هنگام استفاده از روش های نوین تدریس .

۵- اختصاص وقت بیشتر به ساعت های تدریس هندسه در مدارس.

منابع

امینی فر، الهه. صالح صدق پور، بهرام. و باقری ، نیره (۱۳۹۰). ساخت آزمون معتبر و پایای تفکر هندسی براساس سه سطح اول نظریه ون هیلی. فصلنامه اندازه گیری تربیتی ، سال اول ، شماره ی ٤٤.

باقری، غلامرضا (۱۳۹٤). شناسایی عوامل موثر بر بد فهمی دانش آموزان در فصل اول و دوم کتاب هندسه ۱ و استفاده از روش آموزشی مدل ون هیلی برای ارتقاء و بهبود سطح استدلال هندسی دانش آموزان. پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهید چمران.

ریحانی، ابراهیم (۱۳۸٤). معرفی نظریه ی پیاژه و ون هیلی درمورد یادگیری هندسه. رشد آموزش ریاضی. ۸۰(۲۲)، ۱۲-۲۲.

صفابخش چکوسری، اشرف (۱۳۹٤). بررسی سطح درک و استدلال هندسی دانش‌آموزان پایه‌ی هشتم بر اساس مدل ون هیلی. پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهیدرجایی.

عریضی، حمیدرضا (۱۳۷۹). سطوح یادگیری هندسه برمبنای نظریه ون هیلی. پژوهش در آموزش ریاضی. مجموعه مقالات پژوهش در آموزش ریاضی ، ۲٦۱-۲۳۱.

گویا، زهرا و همکاران (۱۳۹۰). کتاب هندسه ۱ سال دوم آموزش متوسطه.چاپ هفدهم.دفتر برنامه ریزی و تالیف کتاب های درسی. وزارت آموزش و پرورش.

مرادی ویس، اصغر (۱۳۸۸). مطالعه جایگاه هندسه مدرسه ای در برنامه درسی کارشناسی دبیری ریاضی مبتنی بر نظریه ون هیلی. پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهیدرجایی.

ویسی، شورش (۱۳۸۸). بررسی میزان تاثیر آموزش به کمک هندسه پویا مبتنی بر نظریه ون هیلی بر رشد تفکر هندسی دانش آموزان سال سوم کلاترزان. پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهید رجایی.

Alex, J.K., and Mammen, K.J. (2014). An assessment of the readiness of grade 10 learners for geometry in the context of curriculum and assessment policy statement (CAPS) expectation.

Fujita, T., Jones, K., and Yamamato, S. (2004). The Role of Intuition in Geometry Education : learning from the teaching practice in the Early 20th century. Topic study group 29 (TSG29) at the 10th international congress on Mathematical Education (ICME-10) Copenhagen, Denmark.

Gutierrez, A., and Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. Focus on learning in Mathematics, 20, 27 – 46.

Halat, E. (2007). Rarrom- Based curriculum & acquisition of the levels, Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 3(1), 41-49.

Mayberry, J. (1983). The van Hiele levels of Geometric thought in underaduate preservice teachers. Journal for Research in Mathematics Education, 58-69.

National council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school Mathematics, Reston VA: NCTM.

Usiskin, Z. (1982). van Hiele levels and Achievement in secondary school Geometry, (Final report of the cognitive development and Achievement in secondary school Geometry project.) Chicago: university of Chicago. (ERIC Document Reproduction service No. ED220228).