Research in Mathematics Education **http://rme.cfu.ac.ir**
Vol. 1, No. 1, Autumn
pp.1-13

Students' Performance in Pencil-Paper and Dynamic Assessments to Apply the Theorem in Problem Solving

Fahimeh Kolahdouz[*1], Farzad Radmehr[2]

[1]Department of Education, Dehaghan, Iran
[2]Department of Applied Mathematics, Faculty of Mathematics,
Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract: Studies show that assessment systems, especially the dynamic one, have a special position in education and as a new approach having an influential role in educational system improves the quality of teaching. The purpose of this study is to assess students' ability to apply a derivative theorem to solve a mathematical problem through pencil-paper assessment and dynamic feedback-based assessment. The assessment question was designed based on the model of Mejia Ramos et al. (2011). Thirty-five state university students of an eastern Iranian universities voluntarily took part in the study. The results show that most of the students did not have a successful performance in pencil -paper assessment while applying the theorem to solve the problem and their performance in dynamic assessment was better than pencil -paper assessment. Some students taken part in interview process believed that receiving feedback in the way of dynamic assessment was more effective on how they performed, and this type of assessment also had a learning aspect for them. Therefore, based on the findings of the present study, it can be claimed that, dynamic assessment had the potentiality to assess students' ability and effective education to improve their performance in relation to the subject. Furthermore, it is suggested that comparing other concepts in mathematics, should be examined the effectiveness of dynamic assessment in the learners' performance**.**

Keywords: Pencil-Paper Assessment, Dynamic Assessment, Proof, Problem Solving, Students

[*] Corresponding Author, Email: math65fa@gmail.com

پژوهش در آموزش ریاضی
دوره ۱، شماره ۱، پاییز ۹۹
صفحات ۱۳-۱
http://rme.cfu.ac.ir

عملکرد دانشجویان در ارزیابی‌های قلم–کاغذی و پویا برای اعمال شرایط قضیه در حل مسأله

فهیمه کلاهدوز[1*]، فرزاد رادمهر[2]

[1]اداره آموزش و پرورش، دهاقان، ایران
[2]گروه ریاضی کاربردی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران

چکیده: تحقیقات نشان می‌دهند که امروزه نظام‌های ارزیابی به ویژه ارزیابی پویا از جایگاه ویژه‌ای در عرصه‌ی آموزش برخودار است و به عنوان یک رویکرد نوین در نقش مکملِ نظام آموزشی و بهبود کیفیت تدریس، مؤثر می باشند. هدف از این مطالعه، ارزیابی توانایی دانشجویان در ارتباط با کاربرد یک قضیه مشتق در حل مسأله ریاضی از طریق ارزیابی قلم – کاغذی و ارزیابی پویا مبتنی بر بازخورد، می‌باشد. سؤال ارزیابی بر اساس مدل مژیا راموس و همکاران (۲۰۱۱) طراحی گردید. ۳۵ نفر از دانشجویان در یکی از دانشگاه‌های دولتی شرق کشور به طور داوطلبانه در این مطالعه حضور داشتند. نتیجهٔ این بررسی نشان می دهد که اغلب دانشجویان در اِعمال شرایط قضیه در حل مسألهٔ مورد نظر، عملکرد موفقی در ارزیابی قلم– کاغذی نداشته‌اند و عملکرد آن‌ها در ارزیابی پویا بهتر از ارزیابی قلم – کاغذی بوده است. طبق مصاحبه‌ای که با برخی از دانشجویان انجام گرفت، دانشجویان بر این باور بودند که دریافت بازخوردها در مسیر ارزیابی پویا بر نحوهٔ عملکردشان مؤثر بوده و این نوع ارزیابی برای آن‌ها جنبه‌ی یادگیری نیز داشته است. لذا بر اساس یافته‌های بدست‌آمده از مطالعهٔ حاضر، می‌توان ادعا نمود که در این مطالعه، ارزیابی پویا نسبت به ارزیابی قلم–کاغذی، قابلیت بررسی توانایی دانشجویان و آموزش مؤثر برای بهبود عملکرد آن‌ها در ارتباط با موضوع مورد نظر را داشته است و پیشنهاد می‌گردد که در ارتباط با موضوعات دیگر در ریاضیات، کارایی ارزیابی پویا در عملکرد یادگیرندگان، مورد بررسی قرار گیرد.

واژگان کلیدی: ارزیابی قلم–کاغذی، ارزیابی پویا، اثبات، حل مسأله، دانشجویان

* نویسنده مسئول، رایانامه: math65fa@gmail.com

مقدمه

استدلال و اثبات[۱]، از جمله مهارت‌هایی هستند که به طور کلی در زندگی روزمره و به طورخاص در فرآیند آموزش ریاضی از جایگاه خاصی برخوردار می‌باشند و ریاضیات به عنوان شاخه‌ای از علوم، نقش مؤثری را در توسعه‌ی تفکر و قدرت استدلال افراد ایفا می‌کند. علی‌رغم تأکید فراوان بر اهمیت و نقش استدلال و اثبات در ریاضیات مدرسه‌ای و دانشگاهی، بسیاری از تحقیقات در آموزش ریاضی نشان می‌دهند که دانش‌آموزان و دانشجویان در درک و فهم و ساخت اثبات و استدلال‌های منطقی در همه‌ی سطوح تحصیلی با مشکل مواجه می‌شوند (به عنوان مثال، هارل و ساودر[۲]، ۲۰۰۷؛ دی‌وانس پرونسن[۳]، ۲۰۰۸؛ مژیا راموس[٤] و همکاران، ۲۰۱۱). آناپا و سامکار[٥] (۲۰۱۰) در مطالعه‌ی خود مشاهده می‌نمایند، حتی اکثر دانشجویانی که خود را در دروس ریاضی موفق می‌دانند، به توانایی اثبات خود اطمینان ندارند و اغلب آن‌ها تعدادی از قضایا و اثبات‌هایی را که در دوره‌ی تحصیل خود فرا گرفته به خاطر می‌سپارند؛ ولی در موقعیت‌های جدید نمی‌توانند روش‌ها و تکنیک‌های ضروری اثبات را مورد استفاده قرار دهند. این محققان معتقدند که یکی از دلایل وجود چنین باورها و عملکردی در بین دانش‌آموزان و دانشجویان، عدم ارزیابی توانایی آن‌ها در فرایند اثبات و تأکید بیشتر بر رویه‌ها در ریاضیات مدرسه‌ای می‌باشد و بیان می‌دارند که چنانچه در سیستم آموزشی مدارس، فعالیت‌ها و آزمون‌هایی برای بررسی و ارزیابی توانایی اثبات گنجانده شود، احتمال تغییر برخی از باورهای نادرست در بین یادگیرندگان در زمینهٔ اثبات وجود خواهد داشت (آناپا و سامکار، ۲۰۱۰).

همانگونه که می‌دانیم ارزیابی صحیح می‌تواند آموزشگر را از روند فرایند یادگیری یادگیرندگان و بدفهمی آن‌ها در این فرایند آگاه نماید و حتی راه حل‌هایی را به منظور رفع این بدفهمی‌ها در اختیار او قرار دهد. سیف (۱۳۸٦) معتقد است، برای ارزیابی از یادگیری، دو اقدام اساسی لازم است: تعیین هدفهای آموزشی و سنجش عملکرد. این دو اقدام مهم، زمینه را برای مقایسهٔ نتایج حاصل از سنجش عملکرد با هدفهای آموزشی و تصمیم‌گیری‌های مناسب برای پیشبرد اهداف آموزشی در اختیار آموزشگران قرار می‌دهد. البته ارزیابی باید به گونه‌ای باشد که علاوه بر تعیین موقعیت یادگیرنده در یادگیری، بتواند جهت بهبود نحوه تدریس نیز مؤثر واقع شود و به گفته امین خندقی و باغانی (۱۳۸۹)، کامل کننده فرایند یاددهی و یادگیری باشد. همچنین آن‌ها معتقدند که ارزیابی یادگیرندگان در قابلیت فاوا[٦] می‌تواند یکی از مباحث جالب برای معلمان باشد که موجب پیشرفت و اعتدال درک و فهم معلمان و آموزشگران از ماهیت و کیفیت درک یادگیرندگان می‌گردد. تحقیقات (به عنوان مثال، وانگ[۷]، ۲۰۱۰، ۲۰۱٤) نشان می‌دهندکه با گسترش آموزش الکترونیکی، سیستم‌های ارزیابی نیز در محیط یادگیری الکترونیکی قابل طراحی هستند؛ به گونه‌ای که وظیفه ارزیابی یادگیرندگان را بر عهده گرفته و نقاط قوت و ضعف یادگیری آن‌ها را مشخص می سازد و در صورت لزوم به آن‌ها بازخورد مناسب ارائه می‌دهد؛ البته برنامه مناسب و محتوای مرتبط با این نوع از ارزیابی باید اهداف مورد نظر برای بررسی درک و فهم یادگیرندگان را تأمین نماید.

---

[1] -Reasoning and proof
[2] -Harel, & Sowder
[3] -Dee Vanspronsen
[4] - Mejia-Ramos
[5] - Anapa, & Şamkar
[٦]- فناوری اطلاعات و ارتباطات
[7] - Wang

با توجه به اهمیت موارد فوق در آموزش بویژه آموزش ریاضی، هدف این مطالعه آن بود که توانایی برخی از دانشجویان ورودی سال۱۳۹٤ در یکی از دانشگاه‌های دولتی شرق کشور را در ارتباط با کاربرد یک قضیه‌ی ریاضی آشنا در حل مسأله ریاضی مورد ارزیابی قرار دهد. این ارزیابی به دو شکل انجام پذیرفت. در مرحله اول، ارزیابی قلم – کاغذی و در مرحله دوم، ارزیابی پویا به شکل الکترونیکی برگزار شد. درواقع هدف آن بود که توانایی دانشجویان در ارتباط با کاربرد یک قضیه در حل یک مسأله، مورد ارزیابی قرار گیرد و همچنین عملکرد آن‌ها در دو نوع ارزیابی قلم – کاغذی و پویا مورد مقایسه واقع شود. در مطالعه حاضر، با طراحی سؤالاتی پیرامون "قضیه‌ی تعمیم یافته‌ی مقدار میانگین کوشی"، درک تعدادی از دانشجویان بر اساس مدل مژیا راموس و همکاران (۲۰۱۱) مورد ارزیابی قرار گرفت که در ادامه به اختصار به معرفی این مدل پرداخته می‌شود.

مدل مژیا راموس و همکاران

در بین چارچوب‌ها و مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق در ارتباط با بررسی درک دانشجویان از فرآیند اثبات یا توانایی آن‌ها در ساخت فرآیند اثبات (به عنوان مثال، ، هارل و ساودر ،۲۰۰۷؛ وبر[8] ،۲۰۰۵، یانگ و لین[9] ، ۲۰۰۸؛ مژیا راموس و همکاران،۲۰۱۱)، مدل مژیا راموس و همکاران(۲۰۱۱) برای تحلیل و ارزیابی در مطالعه حاضر انتخاب گردید؛ زیرا این مدل با نگاه دقیق‌تر از جنبه های متفاوت، درک دانشجویان را از فرآیند اثبات ریاضی مشخص می‌نماید. این مدل، شامل دو جنبه و هفت سطح مختلف از درک دانشجویان در مورد فرآیند اثبات ریاضی است که به طور خلاصه معرفی می‌گردد؛

الف) **جنبه موضعی اثبات**[10]؛ در این جنبه، هدف، ارزیابی درک دانشجویان از گزاره‌های خاص اثبات است و اینکه چگونه این گزاره‌ها با گزاره‌های دیگر مرتبط می‌شوند. جنبه موضعی خود شامل سه سطح می‌باشد؛ ۱) معنی کردن اصطلاحات و گزاره های متن اثبات؛ ۲) وضعیت منطقی گزاره ها و چارچوب اثبات و ۳) توجیه ادعا.

ب) **جنبه کلی اثبات**[11]: این جنبه از اثبات، درک کلی یادگیرنده از اثبات را نشان می‌دهد و شامل چهار سطح می‌باشد؛ ٤) خلاصه کردن مفاهیم اصلی اثبات؛ ۵) معین کردن ساختار های جزئی؛ ٦) به کارگیری روش های اثبات در زمینه های دیگر و ۷) توضیح اثبات با شکل و مثال.

در این مقاله تنها نتایج ارزیابی یکی از سؤالات ارائه خواهد شد که هدف آن، بررسی توانایی دانشجویان در سطح ۱ مدل مژیا راموس و همکاران (۲۰۱۱) ، معنی کردن اصطلاحات و گزاره های متن اثبات، و سطح ۷ این مدل، توضیح اثبات با شکل و مثال، است.

ارزیابی پویا

فرایندهای ارزیابی و آموزش، رابطه‌ای متقابل با یکدیگر دارند. از یک طرف محتوا و نوع ارزیابی از طریق برنامه درسی تعیین می‌شود و از طرف دیگر ارزیابی بر محتوا و روش آموزش نیز مؤثر است. همچنین ارزیابی می‌تواند به عنوان ابزاری برای ارتقائ کیفیت آموزش ریاضی محسوب گردد (کار و یونگ[12] ، ۲۰۱۱). یک نوع از ارزیابی‌های مؤثر که می‌تواند موجب توسعه و ارتقاء یادگیری یادگیرندگان شود، ارزیابی پویا است. ارزیابی پویا شامل فرایندهای ارزیابی، آموزش و بازخورد

---

[8] - Weber
[9] - Yang, & Lin
[10]- local comprehension of a proof
[11]- holistic comprehension of a proof
[12] - Kaur, & Yoong

می‌باشد و شرایط تعامل یادگیرندگان و ارزیابی در این محیط فراهم می‌گردد که می‌تواند برای افراد، یک فرصت یادگیری را فراهم نماید (الیوت[۱۳] ، ۲۰۰۳).

مبنای ارزیابی پویا ، «منطقه تقریبی رشد[۱۴]» ویگوتسکی است که به تفاوت سطح شناختی یادگیرندگان که با و بدون کمک دیگران مثلاً معلم یا همسالانشان در رسیدن به اهداف آموزشی موفق می‌شوند (وانگ، ۲۰۱٤). بر اساس دیدگاه ویگوتسکی (۱۹۹۸) این نوع از ارزیابی برای نمایان کردن پتانسیل یادگیری و توسعه یادگیری طراحی می‌شود.

ارزیابی پویای کامپیوتری (C-DA[۱۵]) یک مدل مداخله گر همراه با وساطت‌هایی است که از لیستی شامل سرنخ ها و هدایت های از پیش تعیین شده و سؤالات مرحله به مرحله تشکیل شده و می‌تواند خطای یادگیرندگان را پیگیری کند و در قبال این خطاها، تکلیف آموزشی برای اصلاح آن‌ها ارائه دهد. در این ارزیابی نوع وساطت‌ها از طریق ماهیت خطاهای آزمودنی مشخص می‌شود (لانتلف و پوئهنر[۱۶]، ۲۰۰٤). در ارزیابی در محیط ICT[۱۷] می‌توان فعالیت‌هایی را اجرا نمود و مهارت‌هایی را مورد ارزیابی قرار داد که از طریق آزمون قلم – کاغذی نمی‌توان به آن دست یافت. به عنوان مثال، ویژگی تعاملی[۱۸] محیط کامپیوتر که در شکل ارزیابی قلم – کاغذی وجود ندارد، می‌تواند بر عملکرد دانش‌آموزان تأثیر گذارد و نتایج مهمی را ارائه دهد (برخارت و پید[۱۹]، ۲۰۰۳).

ون دن هاول پن هویزن، کولوو و پلتنبورگ[۲۰] (۲۰۱۱) در مطالعه خود در ارتباط با مقایسه پاسخ دانش‌اموزان در ارزیابی مبنی بر ICT و ارزیابی قلم – کاغذی مشاهده نمودند که ارزیابی پویا در محیط ICT ابزار مناسبی برای مشاهده توانایی واقعی دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی است و همچنین از طریق این ابزار دانش‌آموزان توانستند صلاحیت و شایستگی خود را در حیطه ریاضیات، مورد قضاوت و ارزیابی قرار دهند. این محققان معتقدند که توانایی این نوع از ارزیابی آن است که « منطقه تقریبی رشدِ »، دانش‌آموزان را آشکار می‌کند و آموزشگر را در مورد آموزش مورد نیاز دانش‌آموزان برای رسیدن به سطح بالای عملکرد آگاه می‌سازد.

در مطالعهٔ حاضر نیز سعی بر آن بود که عملکرد دانشجویان در ارتباط با کاربرد قضیهٔ مورد نظر در حل یک مسأله ریاضی با استفاده از ارزیابی قلم – کاغذی و همچنین در محیط ارزیابی پویا مورد بررسی قرار گیرد. روش کار و نتایج حاصل از این ارزیابی‌ها در ادامه ارائه خواهد شد.

روش تحقیق

با توجه به اهداف پژوهشِ اصلی، این نتیجه حاصل گردید که یافته‌های کمّی برای تبیین بازده‌های مطالعه و بدست آوردن دیدگاهی جامع و درک عمیق از توانایی‌ها و دیدگاه‌های شرکت‌کنندگان، کافی نیستند و مسأله را می‌توان با استفاده از داده‌ها و تحلیل کیفی در جهت غنی کردن و بیان یافته‌های کمّی به زبان افراد شرکت‌کننده بهتر درک کرد. همچنین اطّلاعات کیفی می‌توانند نتایج اولیهٔ کمّی را تفسیر و تبیین نمایند. بنابراین در پژوهش مورد نظر، جمع‌آوری اطّلاعات و داده‌ها، تحلیل داده‌ها و همچنین استنباط نتایج، با تلفیق و مرتبط ساختن دو رویکرد کمّی و کیفی صورت پذیرفت و روش پژوهش ترکیبی انتخاب گردید. البته در مقالهٔ حاضر، تأکید بر قسمت کمّی پژوهش می‌باشد. ۳۵ نفر از دانشجویان رشته ریاضی ورودی سال ۱۳۹٤ که

---

13 - Elliott
14 - Zone of Proximal Development (ZPD)
15 -Computerized – Dynamic Assessment
16 - lantolf & poehner
17 - Information and Communication Technology
18 - Interactional
19 - Burkhardt and Pead
20 - Van den Heuvel-Panhuizen ,Kolovou& Peltenburg

در یکی از دانشگاه‌های دولتی شرق کشور، مشغول به تحصیل بودند، بعد از امتحانات نیمسال اول تحصیلی۹۵-۹٤ در مطالعه شرکت داشتند.

جامعه، دانشجویان سال اول رشته‌ی ریاضی در یکی از دانشگاه‌های دولتی شرق کشور می‌باشد که در مهر ماه سال ۱۳۹٤ دوره‌ی کارشناسی را آغاز نموده‌اند. تعداد افراد جامعه‌ی مورد نظر، ۱۱۰ نفر است. دلیل انتخاب دانشجویان ترم اول، مطالعاتی بود که در کشورهای مختلف صورت گرفته و حاکی از آن است که دانشجویان، به‌ویژه کسانی که تازه از دبیرستان وارد دانشگاه می‌شوند، در ارتباط با بسیاری از فرآیندهای ریاضی به ویژه اثبات‌های ریاضی با مشکلات جدّی مواجه هستند (به عنوان مثال، سلدن، ۲۰۱۱؛ باردله و مارتینو، ۲۰۱۲) و تنها عدهٔ اندکی از آن‌ها قادرند اثبات‌های منسجمی بسازند (گوئدت، ۲۰۰۸). لذا محقق، دانشجویان ترم اولِ رشته‌ی ریاضی را به عنوان جامعه‌ی پژوهش انتخاب نمود.

با توجه به اهداف مطالعه‌ی حاضر و همچنین زمان، هزینه و امکانات در دسترس پژوهشگر، از روش نمونه‌گیریِ در دسترس و هدفمند البته به صورت داوطلبانه استفاده گردید. بدین صورت که محقق، بعد از اتمام نیمسال اول، به دو کلاس متشکل از دانشجویان ورودی سال ۱۳۹٤ مراجعه نمود و پس از توضیحات کلی از دانشجویان تقاضا شد که هر کدام تمایل دارند، در اجرای پژوهش، شرکت نمایند. لازم به ذکر است که یکی از کلاس‌ها متشکل از دانشجویانی بود که درس ریاضی عمومی ۱ را با موفقیت گذرانده بودند و در کلاس ریاضی عمومی۲، شرکت داشتند و کلاس دیگر، شامل دانشجویانی بود که در نیمسال اول، در آزمون پایان ترمِ درس ریاضی عمومی ۱، نمره‌ی قبولی دریافت نکرده و مجدداً در کلاس ریاضی عمومی ۱ بودند. در نهایت، ۳۵ نفر در پژوهش (۱۹ نفر از کلاس ریاضی عمومی ۱ و ۱٦ نفر از کلاس ریاضی عمومی۲) شرکت نمودند. به طور کلی دانشجویانِ داوطلب برای شرکت در مطالعه، به دو دسته تقسیم شدند؛ دانشجویان با نمرات کمتر از نمره ی قبولی در امتحانات نیمسال اول (کمتر از ۱۰) و دانشجویان با نمرات بیشتر از نمره ی قبولی در امتحانات نیمسال اول (بیشتر یا مساوی ۱۰).

در مطالعه حاضر ، برای بررسی توانایی دانشجویان در بکارگیری شرایط قضیه ریاضی در حل مسأله، "قضیه‌ی تعمیم یافته مقدار میانگین کوشی"، انتخاب گردید. این قضیه، مفاهیمِ حد، پیوستگی و مشتق را که از مفاهیم اساسی در ریاضیات دانشگاهی است، پوشش می دهد. ابزار اندازه‌گیری، دو نوع ارزیابی بود؛ ارزیابی قلم – کاغذی و ارزیابی پویا به شکل الکترونیکی. همچنین با برخی از دانشجویان، پیرامون تأثیر ارزیابی الکترونیکی بر عملکرد آن‌ها مصاحبه شد.

دانشجویان بعد از مطالعهٔ قضیه و اثباتش به سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی که در ارتباط با فرایند اثبات مورد نظر بود، پاسخ دادند. قضیه‌ی تعمیم یافته مقدار میانگین کوشی (ارائه شده در ارزیابی قلم– کاغذی و ارزیابی پویا) در ادامه، ارائه شده است.

قضیه‌ی A: اگر توابع f و g بر بازه‌ی [a,b] پیوسته و بر بازه‌ی (a,b) مشتق پذیر باشند و اگر به ازای هر x متعلق به بازه‌ی (a,b) داشته باشیم $g'(x)\neq 0$ آنگاه نقطه‌ای مانند k متعلق به بازه (a,b) هست به طوری که $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(k)}{g'(k)}$.

دانشجویان بعد از اجرای ارزیابی قلم–کاغذی، حدود ۳۰ دقیقه استراحت نمودند. در این زمان آن‌ها با هم ارتباطی نداشتند تا پاسخ‌های آن‌ها در ارزیابی پویا، تحت تأثیر این ارتباط قرار نگیرد. سپس ارزیابی پویا اجرا گردید. این ارزیابی که به صورت الکترونیکی برگزار شد، شامل همان سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی اما به صورت چندگزینه‌ای بود. هر گزینه به

صورت هدفمند و بر اساس مشکلاتی که دانشجویان در درک فرآیند اثبات دارند، با نرم افزار ویژوال سی شارپ[21] طراحی گردید. زیرا در این نرم افزار، طراحی متوالی بازخوردها و هدایت به صفحات مورد نظر، با کیفیت و سرعت بیشتری در دسترس افراد قرار می‌گیرد. طراحی این گزینه‌ها بر اساس نتایج یافته‌های تحقیقات قبلی صورت پذیرفت (به عنوان مثال، هارل و ساودر، ۲۰۰۷؛ وبر، ۲۰۰۵؛ مژیا راموس و همکاران، ۲۰۱۲؛ فتح اللهی، ریحانی و کلاهدوز،۱۳۹۱؛ فتح‌اللهی، ریحانی و کلاهدوز،۱۳۹۳). آزمون الکترونیکی به گونه‌ای طراحی شد که در هر سؤال با انتخاب هر گزینه، بازخوردی منطبق با هدف آن گزینه، به دانشجو ارائه می‌گردید. بازخوردها جنبه‌ی تشخیصی و آموزشی داشتند. این ارزیابی بر اساس نظریه « منطقه تقریبی رشد » ویگوتسکی شکل گرفت. در واقع محقق به دنبال آن بود که سطح و توانایی بالقوه دانشجویان را در ارتباط با درک فرایند اثبات، با ارائه بازخوردهای مرتبط، شناسایی کند.

بازخوردهای طراحی شده در چند مرحله ویرایش گردید. ابتدا این بازخوردها توسط سه استاد ریاضی عمومی مورد بازبینی قرار گرفت و بر اساس نظرات آن‌ها سؤالات و بازخوردها اصلاح شد. همانطور که بیان گردید، هدف از طراحی این ارزیابی، بررسی دقیق‌تر سطح دانشجویان در ارتباط با درک فرایند اثبات قضیهٔ مورد نظر بود.

ارزیابی قلم – کاغذی و ارزیابی پویا شامل ۱۰ سؤال بودند و سؤالی که در مقاله حاضر در ارتباط با درک دانشجویان از قضیه مورد نظر و فرایند اثبات آن ، مورد بررسی قرار می‌گیرد به صورت زیر طراحی گردید:

سؤال ٦) کدام یک از جفت توابعِ ارائه شده در قسمت الف و ب بر بازه داده شده، در قضیه A صدق می کنند؟
(توابع f و g را به ترتیب همان توابعِ بیان شده با شرایط مذکور در قضیه‌ی A در نظر بگیرید.)

الف) $f(x)=\begin{cases} x & ۰ \le x < ۱ \\ ۲-x & ۱ \le x < ۲ \end{cases}$ و $g(x)=x+۱$، بر بازه $[۰,۲]$

ب) $f(x)=(x+۱)^۲$ و $g(x)=x^۲-۱$، بر بازه $[۰,۲]$

همان گونه که بیان شد این سؤال در ارزیابی قلم– کاغذی به صورت تشریحی و در ارزیابی پویا به صورت ٤ گزینه‌ای ارائه شد که ٤ گزینهٔ طراحی شده به صورت زیر بودند:

پاسخ دانشجوی A) توابع الف و ب هر دو، در شرایط قضیه‌ی A صدق می‌کنند.
پاسخ دانشجوی B) توابع ب در شرایط قضیه‌ی A صدق می‌کنند اما توابع الف در شرایط قضیهA صدق نمی‌کنند.
پاسخ دانشجوی C) توابع الف در شرایط قضیه‌ی A صدق می‌کنند اما توابع ب در شرایط قضیهA صدق نمی‌کنند.
پاسخ دانشجوی D) هیچ کدام از جفت توابع الف و ب در شرایط قضیه‌ی A صدق نمی‌کنند.

[21] - visual ○○C sharp

با انتخاب هر گزینه، دانشجو با یک پیام مواجه می‌شد که جنبه‌ی آموزشی و ردیابی داشت. درواقع اگر دانشجو گزینهٔ نادرست را انتخاب کند، ابتدا دلیل نادرستی آن گزینه بیان شده (پیام آموزشی) و سپس در مورد گزینه‌ی صحیح و جزئیات آن، سؤالات چند گزینه‌ای دیگر برای بررسی عمیق‌تر درک دانشجویان از حل مسأله و انتخاب گزینه مورد نظر، مطرح می‌گردد (پیام ردیابی) که مجدداً با انتخاب هر گزینه دانشجو یک پیام (بازخورد) آموزشی یا ردیابی دریافت می‌کند. با انتخاب هر گزینه در پاسخ به سؤال مورد نظر، دانشجو مسیری را طی می‌کند که شامل دو پیام آموزشی و دو پیام ردیابی است.

پاسخ‌های دانشجویان به سوال مورد نظر در ارزیابی قلم – کاغذی کدگذاری شد که در جدول ۱ ارائه می‌گردد.

جدول ۱. کدگذاری پاسخ دانشجویان به سؤالات ارزیابی قلم-کاغذی

نوع پاسخ دانشجویان به سؤالات ارزیابی قلم–کاغذی	کد اختصاص یافته به پاسخ مورد نظر
پاسخ درست	٤
پاسخ ناقص با اطلاعات زیاد	۳
پاسخ ناقص با اطلاعات کم	۲
پاسخ نادرست	۱

منظور از پاسخ ناقص با اطلاعات کم، یعنی پاسخی که کامل نیست اما دانشجو به طور مختصر به برخی موارد در ارتباط با حل مسئله اشاره نموده است و منظور از پاسخ ناقص با اطلاعات زیاد یعنی پاسخی که کامل نیست ولی دانشجو بسیاری از مراحل راه حل را ارائه نموده، اما به جواب درست دست نیافته است. نمونه‌ای از پاسخ دو نفر از دانشجویان به سؤال ٦ در ارزیابی قلم – کاغذی به صورت زیر ارائه شده است.

- نمونه‌ای از پاسخ نادرست دانشجویان در ارزیابی قلم – کاغذی:

$$\frac{f(2)-f(0)}{g(2)-g(0)} = \frac{f'(k)}{g'(k)}$$

قسمت الف در قضیه A صدق میکند زیرا در قسمت الف

- نمونه‌ای از پاسخ ناقص دانشجویان با اطلاعات زیاد در ارزیابی قلم – کاغذی:

توابع الف در شرایط قضیه صدق نمی‌کنند چون تابع f پیوسته نیست؛ اما در قسمت ب هر دو تابع پیوسته و مشتق پذیرند و مشتق تابع g نیز صفر نخواهد شد.

همچنین پاسخ دانشجویان و مسیری که با انتخاب هر گزینه در ارزیابی پویا طی می‌کنند نیز کدگذاری گردید که در جدول ۲ ارائه می‌شود.

جدول ۲. کدگذاری پاسخ دانشجویان به سؤالات چند گزینه‌ای ارزیابی پویا

مسیری طی شده توسط دانشجویان در پاسخ به سؤالات ارزیابی پویا	کد اختصاص یافته به پاسخ مورد نظر
انتخاب گزینه درست در انتخاب اول و تمام مسیرها در ادامه درست یا انتخاب اول نادرست و انتخاب دوم درست و تمام مسیرها در ادامه، درست	٤
انتخاب گزینه درست در انتخاب اول و یک انتخاب نادرست در طی مسیر یا انتخاب اول نادرست و انتخاب دوم درست و یک انتخاب نادرست در طی مسیر یا انتخاب سوم درست و تمام مسیرها در ادامه، درست	۳
انتخاب گزینه درست در انتخاب اول و دو انتخاب نادرست در طی مسیر یا انتخاب دوم درست و دو انتخاب نادرست در طی مسیر یا با انتخاب سوم درست و یک انتخاب نادرست در طی مسیر	۲
انتخاب چهارم درست یا بیشتر از دو انتخاب نادرست در طی مسیر	۱

برای نمونه، بخشی از بازخوردهای ارائه شده به دانشجویی که در پاسخ به سؤال ٦، پاسخ دانشجوی C را انتخاب می‌کند، در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول۳. قسمتی از بازخوردهای ارائه شده به دانشجویان در پاسخ به سوال ارزیابی

پاسخ دانشجوی C پاسخ صحیحی نمی‌باشد. هر دو تابع در قسمت ب در شرایط قضیه‌ی A صدق می‌کنند زیرا شرایط قضیه برای هر دو تابع f و g برقرار است، اما تابع f در قسمت الف در شرایط قضیه A صدق نمی‌کند.

الف) $f(x)=\begin{cases} x & ۰ \le x < ۱ \\ ۲-x & ۱ \le x < ۲ \end{cases}$ و $g(x)=x+۱$، بر بازه $[۰,۲]$

ب) $f(x)=(x+۱)^۲$ و $g(x)=x^۲-۱$، بر بازه $[۰,۲]$

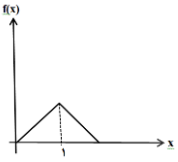
به نظر شما تابع f کدام یک از شرایط قضیه A را ندارد؟

گزینه ۱) تابع f در یکی از نقاط دامنه، مشتق پذیر نیست .

گزینه۲) مشتق تابع f در یکی از نقاط دامنه، برابر صفر می‌شود.

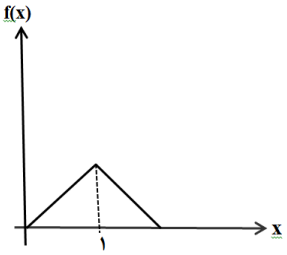
(در بازخورد به گزینه ۱ در سطر بالا پیام زیر ظاهر میشود: یعنی اگر دانشجو گزینه ۱ را در سطر بالا انتخاب کند پیام زیر ظاهر می‌گردد):

حق با شماست، تابع f در قسمت الف در شرایط قضیه A صدق نمی‌کند. اگر به شکل تابع f توجه کنیم، مشاهده می‌نماییم که تابع f در نقطه x= ۱ مشتق پذیر نیست.



(در بازخورد به گزینه ۲ در سطر بالا پیام زیر ظاهر میشود: یعنی اگر دانشجو گزینه ۲ را در سطر بالا انتخاب کند پیام زیر ظاهر می‌گردد.)

تابع f در قسمت الف در شرایط قضیه صدق نمی‌کند. اگر به شکل تابع f توجه کنیم، مشاهده می‌نماییم که تابع f در نقطه x= ۱ مشتق پذیر نیست .



البته در ادامه‌ی پیام‌های ارائه شده در جدول ، برای بررسی اینکه دانشجو توانایی اعمال شرایط قضیه را درحل مسأله ریاضی کسب کرده است، سؤال دیگری نیز به او ارائه می‌گردد که در این قسمت ذکر نکرده‌ایم. اگر دانشجو گزینه C را در پاسخ به سؤال ٦، انتخاب کند و در ادامهٔ مسیر، در پاسخ به سؤالات ردیابی، تمامی گزینه‌ها را به درستی انتخاب کند، کد شماره ٤ به او اختصاص می‌یابد. همچنین با انتخاب بقیه گزینه‌ها در پاسخ به سؤال ٦، دانشجویان بازخوردهایی (از پیش تعیین شده) را دریافت نمودند که به دلیل محدودیت صفحات مقاله ارائه نشده است.

یافته‌ها

داده‌های حاصل از جدول ۸ نشان می‌دهند که اغلب دانشجویان عملکرد مناسبی در پاسخ گویی به سوال مورد نظر در ارزیابی قلم – کاغذی نداشته‌اند. همچنین مقایسه داده های موجود در این جدول، بیانگر آن است که عملکرد دانشجویان در ارزیابی پویا با دریافت پیام‌ها بهبود یافته است. درواقع اکثریت دانشجویان مورد مطالعه، در ارزیابی قلم–کاغذی به سؤال مورد نظر به طور نادرست پاسخ داده‌اند، در صورتی که در ارزیابی پویا بیشتر دانشجویان در انتخاب اول، گزینه درست را انتخاب نموده و یا با اولین انتخابِ گزینه نادرست و دریافت پیام‌های آموزشی و سؤالات ردیابی، بقیه مسیر را به درستی پیش رفته‌اند. طبق مصاحبه‌ای که با ٦ نفر از این دانشجویان انجام گرفت، ۵ نفر از آن‌ها دلیل پیشرفت کار خود را در ارزیابی پویا، مشاهده‌ی گزینه‌ها به عنوان یک منبع راهنمایی و یا دریافت بازخوردها می‌دانستند. به گفتهٔ یکی از دانشجویان:"*... ارزیابی الکترونیکی و نوع سؤالات و پیامهاش روش خوندن قضیه و اثباتش رو هم نشون می‌داد.....همینطور پیامهاش آدم رو متوجه اشتباهش می‌کرد و باعث می‌شد که ادامه‌ی مسیر رو بیشتر دقت کنیم...*" همچنین نظر برخی دانشجویان در ادامه ارائه شده است؛

"*... با پیام‌هایی که دریافت می‌کردم نکات جدیدی در مورد اون قضیه یاد گرفتم و این جالب بود برام یعنی جنبه آموزشی داشت برام و نکات ریزی رو گفته بود...*"

"... تو آزمون کتبی یه موردی بود که فکر نمیکردم درست باشه اما در ارزیابی پویا گفت که به این دلیل درسته و من فهمیدم که درسته..."

"... وقتی گزینه اشتباه را انتخاب می‌کردیم شاید به موضوعی فکر نکرده بودیم که وقتی دلیل نادرستی را توضیح میداد خودش یک دیدگاه جدیدی بود که به ان فکر نکرده بودیم..."

"... در کلاس خیلی فرصت نیست که روی پاسخ و نظرات دانشجویان بحث بشه اما در ارزیابی الکترونیکی دلایل درست و نادرست مشخص میشد و بحث میشد. اگر دانشجو خسته نباشه پیام ها و بازخوردها خیلی میتونست تاثیر داشته باشه چون هر گزینه ای که دانشجو انتخاب میکنه بررسی میشه و دلایل بهش گفته میشه. و همین موضوع میتونه باعث اعتماد به نفس دانشجو باشه .در صورتی که در امتحان اگر جواب اشتباه باشه شاید فقط یک خط کشیده بشه و دلیل بیان نشه و آنالیز نمیشه..."

بررسی انتخاب گزینه‌ها در سوالات از نوع ردیابی ، نوع بدفهمی دانشجو را مشخص می‌نمود که در ارزیابی قلم – کاغذی این بدفهمی به خوبی نمایان نبود.

جدول٤. فراوانی پاسخ دانشجویان به سؤال ٦ در ارزیابی قلم–کاغذی و ارزیابی پویا

	کد اختصاص یافته به پاسخ مورد نظر در ارزیابی قلم-کاغذی				کد اختصاص یافته به پاسخ مورد نظر در ارزیابی پویا				
	١	٢	٣	٤	١	٢	٣	٤	
فراوانی	٢٠	٥	٥	٥	٣	١	٩	٢٢	**مجموع: ٣٥**

بحث و نتیجه گیری

ارزیابی توانایی دانشجویان در به کارگیری شرایط یک قضیه در حل یک مسأله می‌تواند نوعی ارزیابی مناسب در ارتباط با درک قضیه و اثبات آن و همچنین ردیابی بدفهمی دانشجویان پیرامون مفاهیم اساسی مرتبط باشد. در مطالعه حاضر نیز توانایی دانشجویان در به کارگیری شرایط قضیه « تعمیم یافته مقدار میانگین کوشی» در دوشکل ارزیابی قلم – کاغذی و ارزیابی پویا مورد ارزیابی قرار گرفت. داده‌های حاصل از ارزیابی قلم–کاغذی بیانگر آن بود که توانایی دانشجویان در سطح ۱ مدل مژیا راموس و همکاران(۲۰۱۱) یعنی « معنی کردن اصطلاحات و گزاره های متن اثبات » و سطح ۷ از جنبه کلی اثبات یعنی « توضیح اثبات با شکل و مثال» در ارزیابی قلم – کاغذی، موفقیت‌آمیز نبوده و دانشجویان عملکرد ضعیفی در این دو سطح اثبات در ارزیابی قلم – کاغذی داشته‌اند. اما عملکرد آن‌ها در ارزیابی پویا همراه با دریافت بازخوردهای آموزشی و سؤالات از نوع ردیابی، بهبود یافت. همچنین مصاحبه با برخی از دانشجویان در ارتباط با روند ارزیابی الکترونیکی، تأثیر دریافت پیام‌ها و بازخوردهای آموزشی و سؤالات از نوع ردیابی را در ارتقاء یادگیری آن‌ها تأیید می‌کرد.

نتایج بدست آمده از این مطالعه با نظریهٔ « منطقه تقریبی رشد » ویگوتسکی قابل توجیه است. نظریه ویگوتسکی پیرامون ZPD زیربنای نظری ارزیابی پویا را تشکیل می‌دهد. اساس ZPD این تصور است که سطح بالای تفکر با "واسطه[۲۲] " از طریق تعامل با دیگران و مصنوعات فیزیکی و نمادین (مثلاً کتاب‌ها، کامپیوترها، اشکال، زبان و امثال این) عمل می‌کنند.

[22] - mediation

تحقیقات نشان می‌دهند که ICT می‌تواند محیطی مناسبی برای بررسی فرایندهای شناختی دانش‌آموزان باشد لذا تکالیف مبتنی بر ICT که در قالب ارزیابی پویا طراحی می‌شوند، در مقابل تکالیف مرسوم قلم – کاغذی از جانب محققان به عنوان ارزیابی با کیفیت بالا مورد حمایت قرار می‌گیرند (پلتن بورگ و همکاران، ۲۰۱۲).

در مطالعه حاضر نیز با اجرای ارزیابی‌های قلم – کاغذی و پویا و همچنین انجام مصاحبه با برخی دانشجویان مورد مطالعه، این نتیجه حاصل شد که ارائه بازخوردهای آموزشی و ردیابی در بهبود یادگیری دانشجویان مؤثر بوده است. به نظر می‌رسد که برنامه‌ریزی برای طراحی این نوع ارزیابی در همه مقاطع تحصیلی می‌تواند یک از روش‌های مؤثر ارزیابی باشد.

منابع

سیف، علی اکبر (۱۳۸٦). روانشناسی تربیتی. تهران :آگاه.

امین خندقی،مقصود؛ باغانی، مریم (۱۳۸۹). ارزشیابی فراگیران در محیط آموزش الکترونیکی با مروری بر مدل GPAM_WATA. ارائه شده در پنجمین کنفرانس ملی و دومیم کنفرانس بین المللی و آموزش یادگیری، تهران، آذر، ۱۱-۱۰.

فتح اللهی، فاروق؛ ریحانی، ابراهیم؛ کلاهدوز، فهیمه (۱۳۹۳). مدلی برای بررسی درک دانشجویان از فرایند اثبات ریاضی. ارائه شده در سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، تهران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، شهریور ، ۲۰-۱۷.

فتح‌الهی، فاروق؛ ریحانی، ابراهیم؛ کلاهدوز، فهیمه (۱۳۹۱). آیا دانشجویان فرآیند ساخت اثبات ریاضی را درک می‌کنند؟ مجموعه چکیده مقالات پنجمین همایش ملی آموزش، تهران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، اردیبهشت، ۲۹-۲۸، ص۲۲۸.

Anapa, P., and Samkar, H. (2010). Investigation Of Undergraduate Students' Perceptions of Mathematical Proof, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, pp. 2700-2706.

Burkhardt, H., and Pead, D. (2003). Computer-based Assessment: A Platform for Better Tests? In C. Richardson (Ed.), *Whither Assessment?* (pp. 133-148). London: Qualifications and Curriculum Authority.

Vanspronsen, H. D. (2008). Proof Processes Of Novice Mathematics Proof Writers, *Unpuplished Doctoral Dissertation*, University of Montana, Missoula, USA.

Elliott, J. G. (2003). Dynamic Assessment in Educational Settings: Realizing Potential, *Educational Review*, 55, pp. 15–32

Kaur, B., and Yoong, W. K (Ed.), Assessment in the Mathematics Classroom, *Yearbook 2011*. (chap.8, pp. 165- 186) AMC, 10, 12.

Lantolf, J. P., and Poehner, M. E. (2004). Dynamic Assessment Of L2 Development: Bringing The Past Into The Future, *Journal of Applied Linguistics*, 1(1).

Mejia-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K., and Samkoff, A. (2012). An Assessment Model for Proof Comprehension in Undergraduate Mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), pp. 3-18.

Peltenburg, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., and Doig, B. (2012). Mathematical Power of Special Educational Needs Pupils: An ICT-Based Dynamic Assessment Format to Reveal Weak Pupils' Learning Potential, *Mathematical Potential of Special Education Students*, *40*(2), 29.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Kolovou, A., and Peltenburg, M. (2011). Vygotsky, L.S.: 1998, 'The problem of age: The collected works of L. S. Vygotsky',Volume 5, Child Psychology, Plenum, New York.

Using ICT to Improve Assessment. In Kaur, B., & Yoong, W. K (Ed.), *Assessment in the Mathematics Classroom, Yearbook 2011*. (chap.8, pp. 165- 186) AMC, 10, 12.

Wang, T. H. (2010). Web-based Dynamic Assessment: Taking Assessment as Teaching and Learning Strategy for Improving Students' E-Learning Effectiveness, *Computers & Education*, 54(4), pp. 1157–1166.

Wang, T. H. (2014). Developing an Assessment-centered e-Learning System for Improving Student Learning Effectiveness, *Computers & Education, 73*, pp. 189-203.

Weber, K. (2005). Problem-solving, Proving, and Learning: the Relationship between Problem-Solving Processes and Learning Opportunities in the Activity of Proof Construction, *Journal of Mathematical Behavior*, 24, pp. 351-360.

Yang, K. L., and Lin, F. L. (2008). A Model of Reading Comprehension of Geometry Proof, *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), pp. 59-76.